BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC QUY NHƠN

Biên soạn
TS. Lê Thái Hiệp
ThS. Nguyễn Thái Bảo

TÀI LIỆU GIẢNG DẠY

LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Bình Định - 2020

TRƯỜNG ĐẠI HỌC ĐH QUY NHƠN	CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Khoa Kỹ Thuật &Công Nghệ	Độc lập – Tự do – Hạnh phúc

ĐỀ CƯƠNG HỌC PHẦN

LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

(Automatic Control Theory)

Mã học phần: 1160011

Loại môn học:	Số tín chỉ:
▪ Cơ bản: ☐ ▪ Cơ sở: ☒ ▪ Chuyên ngành: ☐	▪ Lý thuyết: 2.5 ▪ Bài tập: 0.5 ▪ Thực hành: (*tự học trên MatLab*)

Phân giờ các hoạt động:	▪ Nghe giảng lý thuyết kết hợp với thảo luận: 23 tiết ▪ Làm bài tập trên lớp: 7 tiết ▪ Thực hành, thực tập: 10 tiết tự học ở nhà theo bài mẫu ▪ Tự học: 90 giờ
Môn học tiên quyết:	Kỹ thuật điện, Kỹ thuật điện tử, Đại số tuyến tính, Giải tích.
Các yêu cầu khác:	Phải được đánh giá đạt đối với các môn tiên quyết, có thái độ tích cực trong việc tự học và đọc trước bài ở nhà.
Khoa/Bộ môn phụ trách:	Khoa Kỹ thuật & Công nghệ / Bộ môn: Điện kỹ thuật

1. Mô tả môn học

Lý thuyết điều khiển tự động là một nhánh liên ngành của kỹ thuật và toán học, để phân tích, đánh giá, lựa chọn, thiết kế, hiệu chỉnh các vấn đề liên quan đến hành vi của các hệ thống động lực. Trong hệ này, đầu ra mong muốn của một hệ thống được gọi là giá trị đặt trước; bộ điều khiển nhận tín hiệu đầu vào là sai lệch giữa giá trị đặt và thông số đầu ra (qua hồi tiếp từ thiết bị đo) để điều chỉnh đối tượng bám theo giá trị đã đặt trước.

2. Mục tiêu môn học và kết quả mong đợi sau khi hoàn thành môn học

Kiến thức, kỹ năng, năng lực nghề nghiệp:		Sau khi hoàn thành môn học, sinh viên có thể:
1. Kiến thức và lập luận	1.1. Kiến thức cơ bản	Sử dụng được các loại toán: phương trình vi phân, đại số tuyến tính, giải tích, biến đổi Laplace, biến đổi Z.

	1.2. Kiến thức cốt lõi	Phân tích, đánh giá và lựa chọn được thông số cho các bộ điều khiển, các bộ hiệu chỉnh kể cả tương tự và số để hệ truyền động làm việc ổn định.
	1.3. Kiến thức nâng cao	Phân tích và thiết kế được các bộ hiệu chỉnh, bộ điều khiển để hệ truyền động điện làm việc với chất lượng tốt.
	1.4. Kiến thức chuyên ngành	Phân tích, đánh giá, thiết kế các hệ điều khiển tự động.
2. Các kỹ năng và các tố chất cá nhân và nghề nghiệp	2.1. Lập luận phân tích và giải quyết vấn đề	Mô tả toán học, khảo sát, đánh giá được các hệ động lực.
	2.2. Thử nghiệm, nghiên cứu và khám phá tri thức	Phân tích, hiệu chỉnh và thiết kế được bộ điều khiển cho các hệ động lực.
	2.3. Tư duy tầm hệ thống	Phân tích, hiệu chỉnh và thiết kế được các hệ truyền động điện.
3. Các kỹ năng và tố chất xã hội	3.1. Làm việc nhóm	Làm chủ được các nội dung trao đổi và thảo luận.
	3.2. Giao tiếp	Tham gia trao đổi với thầy, bạn bè, đồng nghiệp.
4. Năng lực nghề nghiệp và áp dụng kiến thức vào thực tiễn	4.1. Xã hội và môi trường	Hiểu được cuộc cách mạng công nghiệp đang diễn ra và tham gia vào môi trường này.
	4.2. Nghề nghiệp	Lắp ráp, vận hành và sử chữa được các hệ điều khiển tự động.
	4.3. Thiết kế	Tham gia thiết kế bộ điều khiển cho các hệ động lực.
	4.4. Vận hành	Tham gia vận hành các hệ thống điều khiển tự động.

3. Nội dung chi tiết học phần và kế hoạch giảng dạy

Nội dung:	Các hoạt động: *(Học lý thuyết – LT ; Giải bài tập – BT ; Thảo luận – TL)*	Giảng dạy vào tiết:
Phần A. HỆ THỐNG ĐKTĐ TUYẾN TÍNH LIÊN TỤC		
Chương 1. MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG ĐKTĐ		
1.1. Cơ sở toán học	LT + BT	
1.2. Hàm truyền	LT + BT	
1.3. Mô hình hóa hệ thống điều khiển tự động	LT + BT	
1.4. Phương trình trạng thái	LT + BT	
1.5. Đặc tính của phần tử và hệ thống	LT	
1.6. Các khâu động học điển hình	LT + BT	
1.7. Một số khâu động học thường gặp trong thực tế	TL + BT	
1.8. Một số hệ ĐKTĐ cơ bản	TL + BT	
1.9. Bài tập (4 tiết)	TL + BT	

Chương 2. KHẢO SÁT TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐKTĐ	
2.1. Khái niệm và tiêu chuẩn chung về ổn định	LT
2.2. Các tiêu chuẩn ổn định đại số	LT + BT
2.3. Các tiêu chuẩn ổn định theo tần số	LT
2.4. Độ dự trữ ổn định	TL + BT
2.5. Bài tập (2 tiết)	TL + BT
Chương 3. ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG ĐKTĐ	
3.1. Các chỉ tiêu về chất lượng	LT + BT
3.2. Đánh giá chất lượng hệ thống ở chế độ xác lập	LT + BT
3.3. Đánh giá chất lượng hệ thống ở tráng thái quá độ	LT + BT
3.4. Đánh giá chất lượng hệ thống theo phương pháp hỗn hợp	LT + BT
3.5. Bài tập (1 tiết)	TL + BT
Chương 4. TỔNG HỢP HỆ THỐNG ĐKTĐ	
4.1. Nguyên lý hiệu chỉnh	LT + BT
4.2. Chọn khâu hiệu chỉnh	LT + BT
4.3. Chọn bộ hiệu chỉnh	LT + BT
4.4. Bài tập (3 tiết, giải một phần trong giờ LT)	LT + BT
@ Kiểm tra giữa kỳ và giao bài tập dài	KT
Phần B. HỆ THỐNG ĐKTĐ XUNG SỐ	
Chương 5. MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG ĐKTĐ XUNG SỐ	
5.1. Các khái niệm cơ bản	LT
5.2. Cơ sở toán học	LT + BT
5.3. Mô hình hóa hệ thống ĐKTĐ xung số	LT + BT
5.4. Bài tập (2 tiêt)	TL + BT
Chương 6. PHÂN TÍCH, TỔNG HỢP HỆ THỐNG ĐKTĐ XUNG SỐ TUYẾN TÍNH	
6.1. Cơ sở đánh giá tính ổn định của hệ xung số	LT + BT
6.2. Tiêu chuẩn đại số	LT + BT
6.3. Tiêu chẩn tần số	LT
6.4. Đánh giá chất lượng hệ thống đktđ xung số	LT + BT
6.5. Bài tập (3 tiết, giải một phần trong giờ LT)	TL + BT
@ Thi cuối kỳ	Nhà trường tổ chức

Người giảng: **Lê Thái Hiệp & Nguyễn Thái Bảo**

Hoạt động trong mỗi buổi học:
- GV tổng kết các kiến thức đã học có liên quan.
- GV hướng dẫn lý thuyết, hướng dẫn bài tập.
- SV trao đổi thảo luận, làm bài tập.
- GV sửa bài tập

4. Giáo trình, bài giảng, tài liệu tham khảo

[1] Nguyễn Thương Ngô, *Lý thuyết điều khiển tự động (hệ tuyến tính)*, NXB Khoa học – Kỹ thuật, 2000.

[2] Nguyễn Thương Ngô, *Lý thuyết điều khiển tự động thông thường và hiện đại (quyển 1: hệ tuyến tính)*, NXB Khoa học – Kỹ thuật, 2005.

[3] Nguyễn Công Ngô, *Lý thuyết điều khiển tự động (hệ tuyến tính)*, NXB Khoa học – Kỹ thuật, 2005.

[4] Bùi Quốc Khánh, *Điều chỉnh tự động truyền động điện*, NXB Khoa học – Kỹ thuật, 2004.

5. Phương pháp, hình thức kiểm tra – đánh giá kết quả học tập học phần

+ *Chuyên cần:10*% (Tham gia học tập trên lớp).

+ *Kiểm tra giữa kỳ và làm bài tập dài: 20%* (Hoàn thành các nội dung, nhiệm vụ mà giảng viên giao cho cá nhân/tuần; bài tập nhóm/tháng; bài tập dài cho từng cá nhân/học kỳ, bài kiểm tra giữa kỳ; Các kiểm tra khác).

+ *Thi cuối kỳ:* 70% (Đề thi tự luận 120 phút, không xem tài liệu khi làm bài thi).

MỤC LỤC

Phần A. HỆ THỐNG ĐKTĐ TUYẾN TÍNH LIÊN TỤC

Chương I. MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG ĐKTĐ

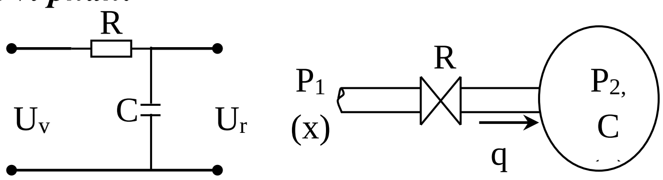
<u>Mục tiêu học tập:</u>

1. Mô tả được một hệ vật lý thực dưới dạng một phương trình hoặc một hệ phương trình vi phân.
2. Mô tả được một hệ ĐKTĐ dưới dạng một phương trình hoặc một hệ phương trình Laplace.
3. Xác định được hàm truyền và mô hình hóa hệ ĐKTĐ.
4. Biết được đặc tính của các khâu động học điển hình.

1.1. Cơ sở toán học

1.1.1. Phương trình vi phân:

1.1.1.1. Ví dụ 1-1:



a) *Hình 1. 1* b)

$$u_v = i.R + u_r \qquad\qquad p_1 = Rq + p_2$$

$$u_r = \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt \qquad\qquad p_2 = \frac{1}{C}\int_0^t q\,dt$$

$$\rightarrow i = C\frac{du_r}{dt} \qquad\qquad \rightarrow q = C\frac{dp_2}{dt}$$

$$RC\frac{du_r}{dt} + u_r = u_v \qquad\qquad RC\frac{dp_2}{dt} + p_2 = p_1$$

+ Hai phương trình vi phân trên đều có dạng bậc nhất:

$$T\frac{dy}{dt} + y = kx \qquad \text{với } \begin{cases} T = RC \\ k = 1 \end{cases}$$

+Hai phần tử khác nhau về bản chất vật lý nhưng được biểu diễn cùng một phương trình vi phân.

1.1.1.2. Kết luận:

+ Phương trình vi phân của hệ tự động có dạng:

$$a_n\frac{d^n y}{dt^n}+a_{n-1}\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+\ldots+a_1\frac{dy}{dt}+a_0 y=$$

$$=b_m\frac{d^m x}{dt^m}+b_{m-1}\frac{d^{m-1}x}{dt^{m-1}}+\ldots+b_1\frac{dx}{dt}+b_0 x$$

Với $n \geq m$.

1.1.2. Biến đổi Laplace ($\mathscr{L}$)

1.1.2.1. Biến đổi Laplace :

◘ Biến đổ Laplace của hàm x(t) được xác định như sau:

$$\mathscr{L}\{x(t)\} = X(p) = \int_0^\infty x(t)e^{-pt}dt \qquad \text{với } p=\alpha+j\omega$$

p – là toán tử Laplace, p là một biến phức.

◘ Biến đổ Laplace ngược từ hàm dạng X(p) về hàm x(t):

$$\mathscr{L}^{-1}\{X(p)\} = x(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} X(p)e^{pt}dp$$

1.1.2.2. Các định lý và tính chất:

a) Định lý trễ:

$$\mathscr{L}\left\{x(t-\tau)\right\}=X(p)e^{-\tau p}$$

b) Định lý về vi phân:

$$\mathscr{L}\left\{\frac{d^n x}{dt^n}\right\}=p^n.X(p)-x(0)$$

c) Định lý về tích phân:

$$\mathscr{L}\left\{\int_0^t x(t)dt\right\}=\frac{1}{p}X(p)$$

d) Định lý tới hạn (nếu tồn tại):

◘ $\mathscr{L}\left\{\lim\limits_{t\to 0}x(t)\right\}=\lim\limits_{p\to\infty}\left[p.X(p)\right]$

◘ $\mathscr{L}\left\{\lim\limits_{t\to \infty}x(t)\right\}=\lim\limits_{p\to 0}\left[p.X(p)\right]$

e) Tính chất tuyến tính:

$$\mathscr{L}\left\{x(t)+k.y(t)\right\} = \mathscr{L}\left\{x(t)\right\}+k\,\mathscr{L}\left\{y(t)\right\}$$

$$= X(p) + kY(p)$$

1.1.2.3. Một số hàm thường gặp:

x(t)	X(p)
$\delta(t)$	1
$1(t)$	$\frac{1}{p}$
t	$\frac{1}{p^2}$
t^n	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{p+\alpha}$
$\frac{t^{n-1}.e^{-\alpha t}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{(p+\alpha)^n}$
$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$
$\cos\omega t$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$
$\sin\omega t.e^{-\alpha t}$	$\frac{\omega}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$
$\cos\omega t.e^{-\alpha t}$	$\frac{p+\alpha}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$

1.1.2.4. Một số ví dụ áp dụng chuyển đổi Laplace:

a) Ví dụ 1-2:

$$T\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=kx(t)\ \rightarrow TpY(p)+Y(p)=kX(p)$$

b) Ví dụ 1-3:

$$T_1\frac{d^2y(t)}{dt^2}+T_2\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=kx(t)$$

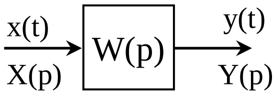
$$\rightarrow T_1p^2Y(p)+T_2pY(p)+Y(p)=kX(p)$$

1.2. Hàm truyền

1.2.1. Thiết lập hàm truyền:

1) Định nghĩa:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$$

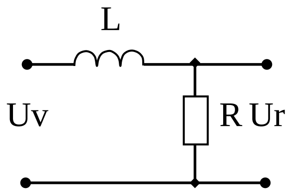


Hình 1. 2

Hàm truyền của một phần tử hay một hệ thống là ảnh trên Laplace lập bởi thương số của đáp ứng đầu ra trên kích thích đầu vào với điều kiện đầu bằng 0.

2) Ví dụ 1-4:

Xét hàm truyền của mạch LR sau:



Hình 1. 3

$$U_v = L\frac{di}{dt} + U_r$$

$$U_r = Ri \qquad \rightarrow i = \frac{U_r}{R}$$

$$\frac{L}{R}\cdot\frac{dU_r}{dt} + U_r = U_v$$

Đặt: $T = \dfrac{L}{R}$; $y = U_r$ $x = U_v$

Laplace hóa:

$$TpY(p) + Y(p) = kX(p)$$

Hàm truyền:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{Tp+1}$$

3) Kết luận:

Tổng quát hóa hàm truyền của hệ tự động có dạng:

$$W(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0} = \frac{B(p)}{A(p)}$$

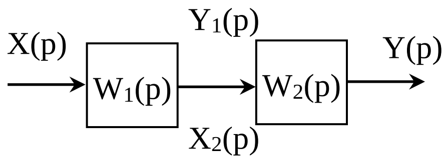
Phương trình:

$$f(p) = A(p) = a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0 = 0$$

được gọi là phương trình đặc trưng.

1.2.2. Các phép biến đổi hàm truyền:

1) Mắc nối tiếp các phần tử:



Hình 1. 4

$$W_1(p) = \frac{Y_1(p)}{X_1(p)} \qquad W_2(p) = \frac{Y_2(p)}{X_2(p)}$$

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{Y_2(p)}{X_1(p)} = \frac{Y_1(p)}{X_1(p)}\frac{Y_2(p)}{X_2(p)}$$

$$\rightarrow W(p) = W_1(p).W_1(p)$$

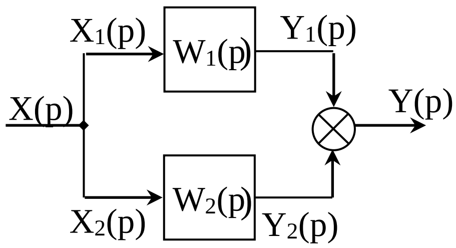
<u>Kết luận:</u>

Ta có thể tổng quát hóa như sau:

$$W(p) = \prod_{i=1}^{n} W_i(p)$$

Hàm truyền của *n* khâu ghép nối tiếp bằng tích của *n* hàm truyền các khâu hợp thành.

2) Mắc song song các phần tử:



Hình 1. 5

$$W_1(p) = \frac{Y_1(p)}{X_1(p)} \qquad W_2(p) = \frac{Y_2(p)}{X_2(p)}$$

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{Y_1(p) + Y_2(p)}{X_1(p)} = \frac{Y_1(p)}{X_1(p)} + \frac{Y_2(p)}{X_2(p)}$$

$$\rightarrow W(p) = W_1(p) + W_1(p)$$

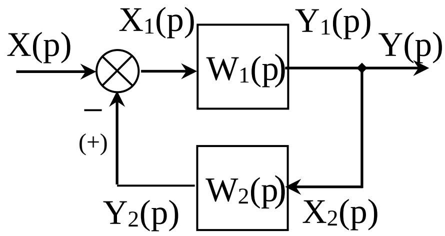
<u>Kết luận:</u>

Ta có thể tổng quát hóa như sau:

$$W(p) = \sum_{i=1}^{n} W_i(p)$$

Hàm truyền của n khâu ghép song song bằng tổng của n hàm truyền các khâu hợp thành.

3) Mắc có hồi tiếp:



Hình 1. 6

$$W_1(p) = \frac{Y_1(p)}{X_1(p)} \qquad W_2(p) = \frac{Y_2(p)}{X_2(p)}$$

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{Y_1(p)}{X_1(p) + Y_2(p)} =$$

$$= \frac{\dfrac{Y_1(p)}{X_1(p)}}{1 + \dfrac{Y_2(p)}{X_1(p)}} = \frac{\dfrac{Y_1(p)}{X_1(p)}}{1 + \dfrac{Y_1(p)}{X_1(p)} \cdot \dfrac{Y_2(p)}{X_2(p)}}$$

$$\rightarrow W(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p).W_2(p)}$$

<u>Kết luận:</u>

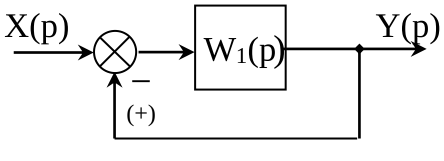
Hàm truyền của hệ có hồi tiếp:

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p).W_2(p)}$$

Dấu "+" nếu hồi tiếp âm, dấu "–" nếu hồi tiếp dương.

✍ **<u>Lưu ý</u>:**

Nếu hệ có hồi tiếp đơn vị như sơ đồ sau:



Hình 1. 7

Khi đó hàm truyền của hệ:

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p)}$$

Dấu "+" nếu hồi tiếp âm, dấu "–" nếu hồi tiếp dương.

1.3. Mô hình hóa hệ thống điều khiển tự động

1.3.1. Mô hình hóa một số hệ thống điều khiển tự động cơ bản

1) Ví dụ 1-5:

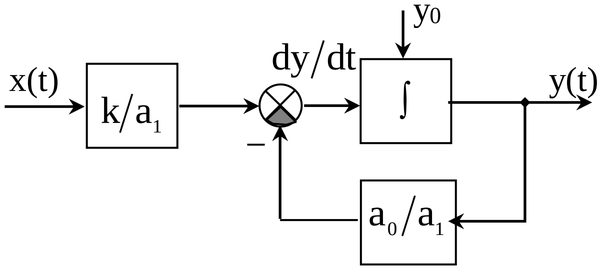
Giả sử có hệ điều khiển tự động được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$a_1\frac{dy}{dt} + a_0 y = kx \qquad (1.1)$$

Ta có thể viết (1.1) như sau:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{k}{a_1}x - \frac{a_0}{a_1}y$$

Mô tả hệ dưới dạng mô hình hóa:



Hình 1. 8

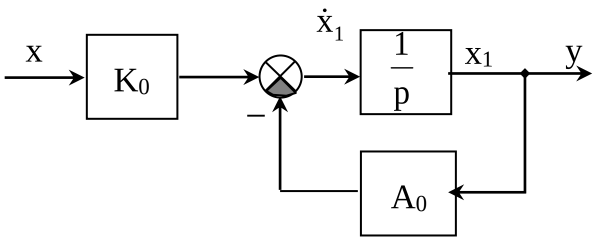
Từ (1.1) hàm truyền:

$$W(p) = \frac{k}{a_1 p + a_0} = \frac{K_0}{p + A_0}$$

Với $K_0 = \dfrac{k}{a_1}$; $A_0 = \dfrac{a_0}{a_1}$

Đặt: $x_1 = y;\ \dot{x}_1 = \dfrac{dy}{dt}$

Mô hình hóa:



Hình 1. 9

2) Ví dụ 1-6:

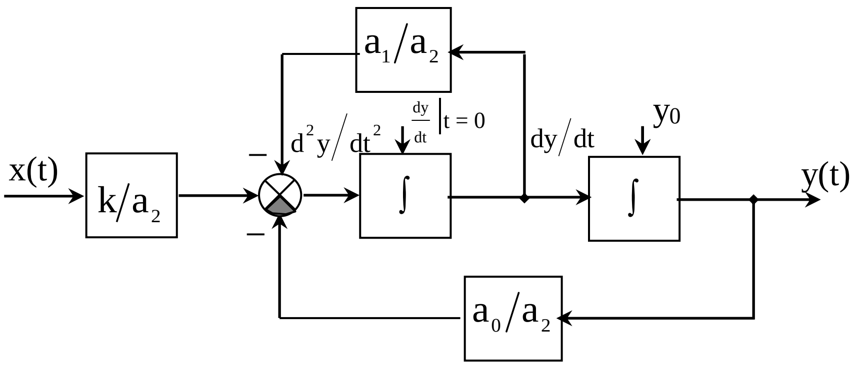
Giả sử có hệ điều khiển tự động được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$a_2\frac{d^2y}{dt^2} + a_1\frac{dy}{dt} + a_0 y = kx \qquad (1.2)$$

Ta có thể viết (1.2) như sau:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{k}{a_2}x - \frac{a_0}{a_2}y - \frac{a_1}{a_2}\frac{dy}{dt}$$

Mô tả hệ dưới dạng mô hình hóa:



Hình 1. 10

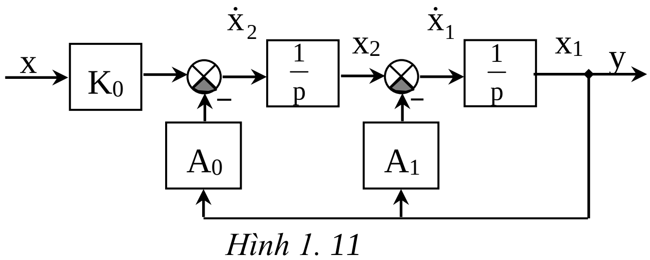
Hệ có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{k}{a_2p^2 + a_1p + a_0} = \frac{K_0}{p^2 + A_1p + A_0}$$

Với $K_0 = \dfrac{k}{a_2}$; $A_i = \dfrac{a_i}{a_2}$, (i = 0; 1)

Đặt: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{x}_1 = \dfrac{dy}{dt}$; $\dot{x}_2 = \dfrac{d^2y}{dt^2}$

Mô hình hóa:



Hình 1. 11

3) Ví dụ 1-7:

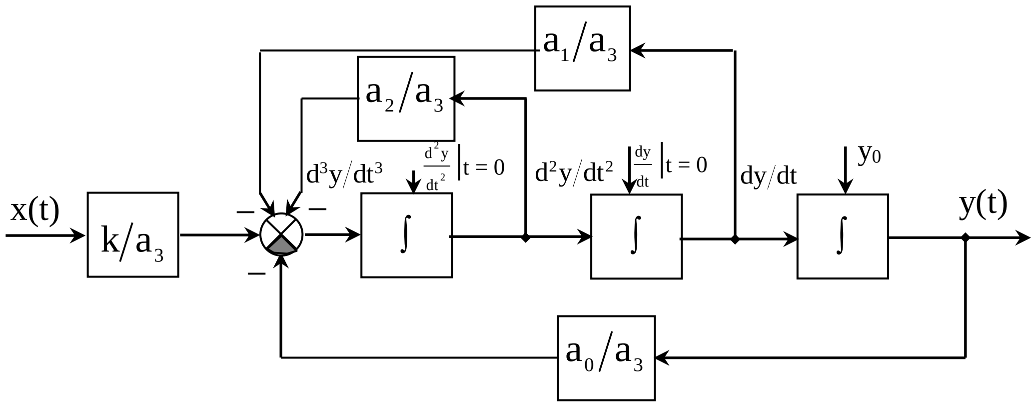
Giả sử có hệ điều khiển tự động được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$a_3\frac{d^3y}{dt^3} + a_2\frac{d^2y}{dt^2} + a_1\frac{dy}{dt} + a_0y = kx \qquad (1.3)$$

Ta có thể viết (1.3) như sau:

$$\frac{d^3y}{dt^3} = \frac{k}{a_3}x - \frac{a_0}{a_3}y - \frac{a_1}{a_3}\frac{dy}{dt} - \frac{a_2}{a_3}\frac{d^2y}{dt^2}$$

Mô tả hệ dưới dạng mô hình hóa:



Hình 1. 12

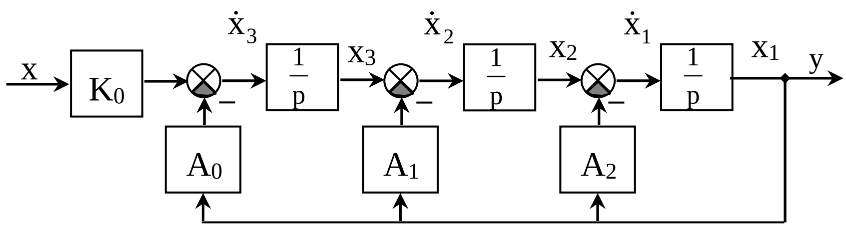
Hệ có hàm truyền:

$$W(p)=\frac{k}{a_3p^3+a_2p^2+a_1p+a_0}=\frac{K_0}{p^3+A_2p^2+A_1p+A_0}$$

Với $K_0=\frac{k}{a_3}$; $A_i=\frac{a_i}{a_3}$, (i = 0; 1; 2)

Đặt: $x_1 = y$; $x_2=\dot{x}_1=\frac{dy}{dt}$; $x_3=\dot{x}_2=\frac{d^2y}{dt^2}$; $\dot{x}_3=\frac{d^3y}{dt^3}$

Mô hình hóa:



Hình 1. 13

4) Kết luận:

Hệ điều khiển tự động được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$a_n\frac{d^ny}{dt^n}+a_{n-1}\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+...+a_1\frac{dy}{dt}+a_0y=$$

$$=b_m\frac{d^mx}{dt^m}+b_{m-1}\frac{d^{m-1}x}{dt^{m-1}}+...+b_1\frac{dx}{dt}+b_0x$$

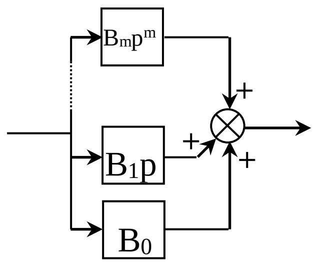
Đặt: $A_i=\frac{a_i}{a_n}$; $B_i=\frac{b_i}{a_n}$, $(i=\overline{0;n})$

Hàm truyền của hệ:

$$W(p)=\frac{B_mp^m+B_{m-1}p^{m-1}+...+B_1p+B_0}{p^n+A_{n-1}p^{n-1}+...+A_1p+A_0}=B(p)\cdot\frac{1}{A(p)}$$

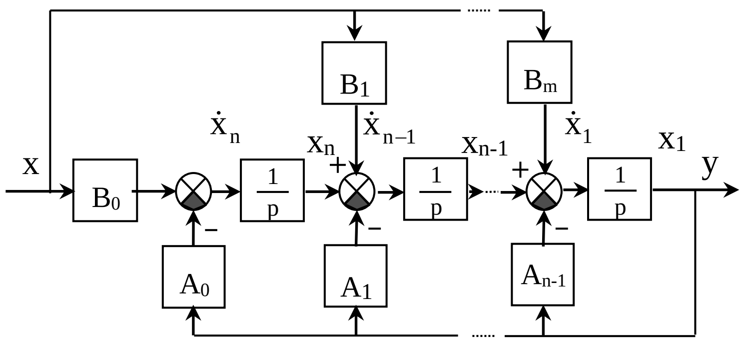
Trong đó $W_2(p) = \dfrac{1}{A(p)}$ được mô hình hóa như trên.

Còn $\quad W_1(p) = B(p)$ được mô hình hóa như hình sau.



Hình 1. 14

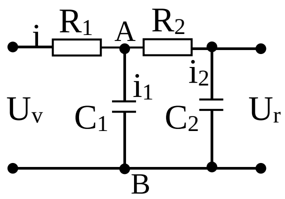
Vậy ta có mô hình hóa cho hệ (với m = n – 1):



Hình 1. 15

1.3.2. Bài tập áp dụng:

Đề bài: Mô hình hóa mạch điện hình dưới với đầu vào U_v, đầu ra U_r. Biết trước các thông số của mạch.



Hình 1. 16

Bài giải:

Phương trình điện áp:

$$u_v = iR_1 + u_{AB} \qquad (1\text{-}4)$$

Trong đó:

$$u_{AB} = i_2 R_2 + u_r \qquad (1\text{-}5)$$

$$i = i_1 + i_2 \qquad (1\text{-}6)$$

Lại có:

$$u_r = \frac{1}{C_2}\int_0^t i_2 dt \quad \rightarrow \quad i_2 = C_2 \frac{du_r}{dt} \qquad (1\text{-}7)$$

Thay vào (1-5) ta được:

$$u_{AB} = R_2C_2\frac{du_r}{dt} + u_r \tag{1-8}$$

Mặt khác:

$$u_{AB} = \frac{1}{C_1}\int_0^t i_1 dt \quad \to \quad i_1 = C_1\frac{du_{AB}}{dt} \tag{1-9}$$

$$=> \quad i_1 = R_2C_1C_2\frac{d^2u_r}{dt^2} + C_1\frac{du_r}{dt} \tag{1-10}$$

Thay (1-7), (1-10) vào (1-6) ta được:

$$i_1 = R_2C_1C_2\frac{d^2u_r}{dt^2} + (C_1 + C_2)\frac{du_r}{dt} \tag{1-11}$$

Thay (1-8), (1-11) vào (1-5) ta được:

$$u_v = R_1R_2C_1C_2\frac{d^2u_r}{dt^2} + (R_1C_1 + R_2C_2 + R_1C_2)\frac{du_r}{dt} + u_r$$

Đặt: $k = 1;$ $T_1 = R_1C_1$; $T_2 = R_2C_2$

Viết lại:

$$k.u_v(t) = T_1T_2\frac{d^2u_r(t)}{dt^2} + (T_1 + T_2 + R_1C_2)\frac{du_r(t)}{dt} + u_r(t)(*)$$

Laplace hóa:

$$k.u_v(p) = T_1T_2u_r(p).p^2 + (T_1 + T_2 + R_1C_2)u_r(p).p + u_r(p)$$

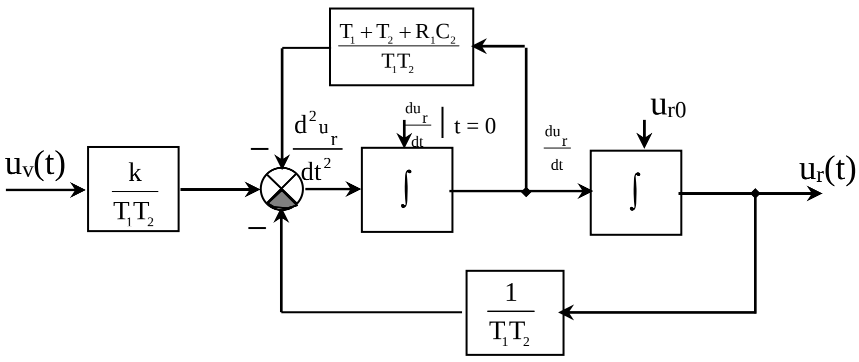
Hàm truyền:

$$W(p) = \frac{u_r(p)}{u_v(p)} = \frac{k}{T_1T_1p^2 + (T_1 + T_1 + R_1C_2)p + 1}$$

Từ (*) suy ra:

$$\frac{d^2u_r}{dt^2} = \frac{k}{T_1T_2}\cdot u_v - \frac{1}{T_1T_2}\cdot u_r - \frac{T_1 + T_2 + R_1C_1}{T_1T_2}\cdot\frac{du_r}{dt}$$

Mô hình hóa:



Hình 1. 17

1.4. Phương trình trạng thái

1.4.1. Phương trình trạng thái một số hệ cơ bản

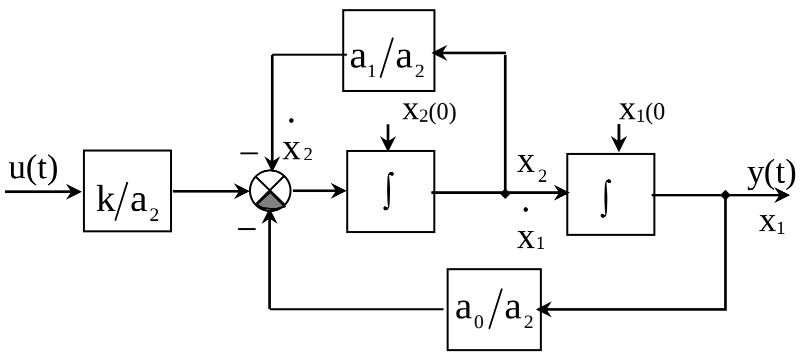
1) **Ví dụ 1-8:**

Xét hệ có phương trình vi phân:

$$a_2\frac{d^2y}{dt^2}+a_1\frac{dy}{dt}+a_0y=k.u(t)$$

Đặt: $\left.\begin{aligned} x_1 &= y \\ x_2 &= \dot{x}_1=\frac{dy}{dt} \\ \dot{x}_2 &= \frac{d^2y}{dt^2}\end{aligned}\right\}$ x_1, x_2 là biến trạng thái

Mô hình hóa dưới dạng không gian trạng thái trong miền thời gian



Hình 1. 18

Từ trên ta có:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=0.x_1+1.x_2+0.u(t)\\ \dot{x}_2=-\dfrac{a_0}{a_2}.x_1-\dfrac{a_1}{a_2}.x_2+\dfrac{k}{a_2}.u(t)\end{cases}$$

=> $$\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \\ \dot{x}_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -\dfrac{a_0}{a_2} & -\dfrac{a_1}{a_2}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x_1\\ \\ x_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\ \dfrac{k}{a_2}\end{pmatrix}\cdot u(t)$$

=> $$\dot{X}_i=A.X_i+B.u(t)$$

Với: $\dot{X}_i=\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{pmatrix}$ $\qquad X_i=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{a_0}{a_2} & -\frac{a_1}{a_2} \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{k}{a_2} \end{pmatrix}$$

Từ $x_1 = y$ suy ra:

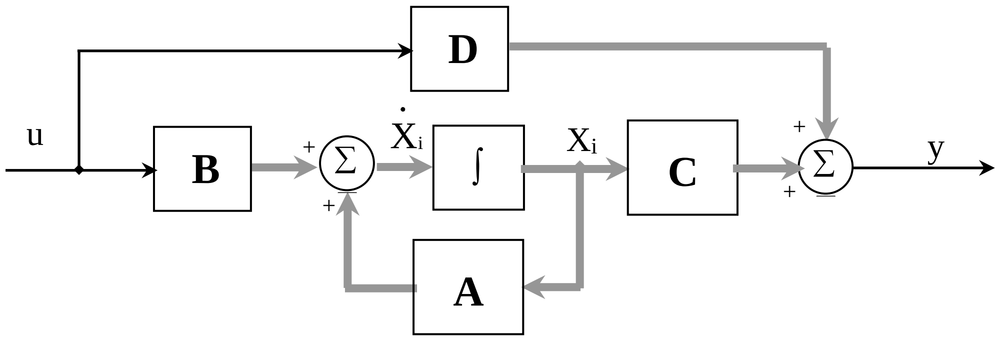
$$y = 1.x_1 + 0.x_2 + 0.u(t)$$

=> $$y = C.X_i + D.u(t)$$

Với: $X_i = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$$

Sơ đồ mô phỏng tổng quát:



Hình 1. 19

2) **Ví dụ 1-9:**

Xét hệ có phương trình vi phân:

$$a_3\frac{d^3y}{dt^3} + a_2\frac{d^2y}{dt^2} + a_1\frac{dy}{dt} + a_0y =$$

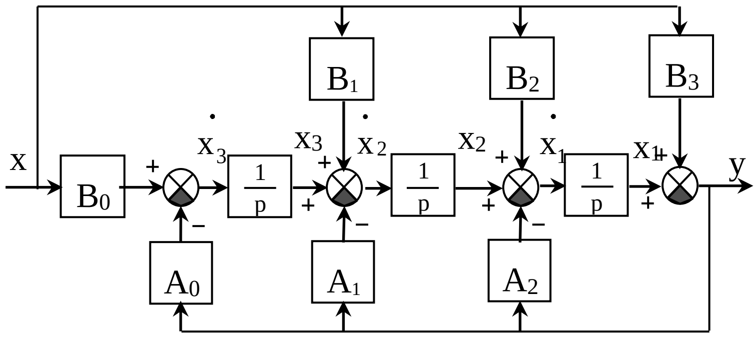
$$= b_3\frac{d^3x}{dt^3} + b_2\frac{d^2x}{dt^2} + b_1\frac{dx}{dt} + b_0x$$

Đặt: $B_i = \frac{b_i}{a_3}$; $A_i = \frac{a_i}{a_3}$

Hàm truyền của hệ:

$$W(p) = \frac{B_3p^3 + B_2p^2 + B_1p + B_0}{p^3 + A_2p^2 + A_1p + A_0}$$

Mô hình hóa dưới dạng không gian trạng thái trong miền Laplace:



Hình 1. 20

Từ mô hình ta có:

$$\left.\begin{aligned} y &= x_1 + B_3 x \\ \dot{x}_1 &= x_2 - A_2 y + B_2 x \\ \dot{x}_2 &= x_3 - A_1 y + B_1 x \\ \dot{x}_3 &= -A_0 y + B_0 x \end{aligned}\right\}$$ x_1, x_2, x_3 là biến trạng thái

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -A_2.x_1 + 1.x_2 + (B_2 - A_2.B_3).x \\ \dot{x}_2 = -A_1.x_1 + 1.x_3 + (B_1 - A_1.B_3).x \\ \dot{x}_3 = -A_0.x_1 + (B_0 - A_0.B_3).x \end{cases}$$

=> $$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -A_2 & 1 & 0 \\ -A_1 & 0 & 1 \\ -A_0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_2 - A_2.B_3 \\ B_1 - A_1.B_3 \\ B_0 - A_0.B_3 \end{pmatrix} \cdot x$$

=> $\dot{X}_i = A.X_i + B.x$

Với:

$$\dot{X}_i = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} \qquad X_i = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -A_2 & 1 & 0 \\ -A_1 & 0 & 1 \\ -A_0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} B_2 - A_2.B_3 \\ B_1 - A_1.B_3 \\ B_0 - A_0.B_3 \end{pmatrix}$$

Từ: $y = 1.x_1 + 0.x_2 + 0.x_3 + B_3.x$

=> $y = C.X_i + D.x$

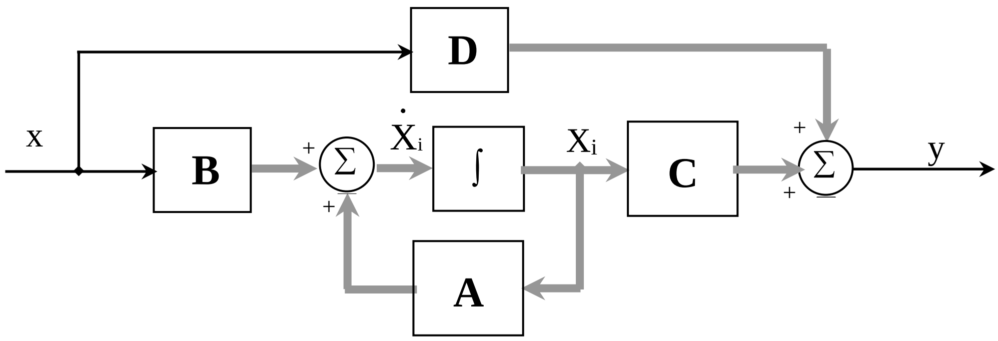
Với: $X_i = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\qquad D = \begin{pmatrix} B_3 \end{pmatrix}$

Từ trên ta có hệ:

$$\begin{cases} \dot{X}_i = A.X_i + B.x \\ y = C.X_i + D.x \end{cases}$$

Sơ đồ mô phỏng tổng quát:



Hình 1. 21

<u>Nhận xét:</u>

Vậy tất cả các hệ tự động đều có chung một dạng mô hình hóa phương trình trạng thái, chỉ khác nhau về nội dung bên trong phương trình.

1.4.2. Giải phương trình trạng thái

1.4.2.1. Phương trình trạng thái dừng, thuần nhất

Đây là một phương trình vi phân vectơ hệ số hằng mô tả quá trình tự do của hệ dừng tuyến tính:

$$\dot{X} = AX \tag{1-44}$$

Trước hết ta xét hệ mô tả bởi phương trình vi phân cấp 1 vô hướng:

$$\frac{dx}{dt} = ax \tag{1-45}$$

Điều kiện đầu $x^{(0)}$

$$\int_{x^{(0)}}^{x^{(t)}} \frac{dx}{x} = a\int_0^t dt \tag{1-46}$$

$$\ln\frac{x^{(t)}}{x^{(0)}} = at$$

Hay

$$x(t) = x(0).e^{at} = \sum_{k=0}^{\infty} x(0)\frac{(at)^k}{k!} \qquad (1\text{-}47)$$

trong đó $\frac{(at)^k}{k!}$ là khai triển Taylo hàm mũ e^{at}

Muốn giả phương trình vi phân véc tơ (1-44),ta thử tìm nghiệm dạng (1-47) trong đó hệ số a thay bằng ma trận A:

$$X(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\mathrm{A}t)^k}{k!}\mathrm{X}(0) \qquad (1\text{-}48)$$

Hoặc:

$$X(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\mathrm{X}(0).\frac{A^k}{k!}t^k \qquad (1\text{-}49)$$

Lấy đạo hàm theo t cả hai vế của (1-49)

$$\dot{X}(t) = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{A^k}{k!}k.t^{k-1}.X(0) \qquad (1\text{-}50)$$

Hay

$$\dot{X}(t) = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(k-1)!}\mathrm{A}.\mathrm{A}^{(k-1)}.\mathrm{t}^{(k-1)}X(0) \qquad (1\text{-}51)$$

Đặt k_1 = k-1, ta viết lại biểu thức (1-51)

$$\dot{X}(t) = A.\sum_{k_1=0}^{\infty}\frac{(At)^{k_1}}{\mathrm{k}_1!}X(0) \qquad (1\text{-}52)$$

Mặt khác do ta tìm nghiệm $X(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\mathrm{A}t)^k}{k!}\mathrm{X}(0)$ như công thức (1-48), do vậy (1-51) sẽ là:

$$\dot{X}(t) = A.\mathrm{X(t)} \qquad (1\text{-}53)$$

Ta đã chứng minh được (1-48) chính là nghiệm của phương trình trạng thái thuần nhất (1-44).

Khai triển taylo: $e^{At} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(At)^k}{k!}$

Nên nghiệm phương trình trạng thái (1-44) viết đơn giản là:

$$X(t) = e^{At}.X(0) \tag{1-54}$$

Hàm mũ ma trận e^{At} được ký hiệu $\Phi(t)$, còn $e^{A(t-r)} = \Phi(t,\mathrm{r})$

$$\Phi(t) = \mathrm{e}^{At} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} A^k.t^k \tag{1-55}$$

Được gọi là ma trận cơ bản hay ma trận quá độ (ma trận chuyển trạng thái).

Nghiệm phương trình trạng thái là:

$$X(t) = \Phi(t).X(0) \tag{1-56}$$

Các tính chất của ma trận chuyển trạng thái $\Phi(t)$.

(1) $$\Phi(0) = \mathrm{e}^{Ao} = e^o = I \tag{1-57}$$

(2) $$\Phi(t+T) = \Phi(t).\Phi(T) \tag{1-58}$$

Vì $$\Phi(t+T) = e^{A(t+T)} = e^{At}.e^{AT} = \Phi(t).\Phi(T)$$

(3) $$\Phi^{-1}(t) = \Phi(-t) \tag{1-59}$$

Vì $$\Phi^{-1}(t) = [e^{At}] = e^{-At} = e^{A(-t)} = \Phi(-t)$$

(4) $$\frac{d}{dt}\Phi(t) = A.\Phi(t) \tag{1-60}$$

Vì $$\frac{d}{dt}\Phi(t) = \frac{d}{dt}(e^{At}) = \mathrm{A}.\mathrm{e}^{At} = A.\Phi(t).$$

(5) $$\int_0^1 \Phi(t).dt = A^{-1}.[\Phi(t) - I] \tag{1-61}$$

(6) Biến đổi Laplace của $\Phi(t)$:

$$\Phi(p) = \mathrm{L}\{\Phi(t)\} = \mathrm{L}\{e^{At}\} = (\mathrm{pI - A})^{-1} \tag{1-62}$$

Biến đổi ngược từ $\mathrm{L}\{\Phi(t)\}$ thành $\Phi(t) = e^{At}$

$$\Phi(t) = e^{At} = L^{-1}\{(\mathrm{pI - A})^{-1}\} \tag{1-63}$$

1.4.2.2. Các phương pháp xác định ma trận chuyển trạng thái $\Phi(t)$

1) Phương pháp dùng biến đổi Laplace

Từ phương trình trạng thái $\dot{X} = A.X$ chuyển sang phương trình theo ảnh Laplace:

$$p.X(p) - X(0) = A.X(p)$$

Hay: $X(p) = [p.I - A]^{-1}.X(0)$

Từ (1-65) lấy biến đổi ngược Laplace ta tìm được x(t):

$$X(t) = L^{-1}\left\{[pI - A]^{-1}.X(0)\right\} = L^{-1}\left\{[pI - A]^{-1}\right\}.X(0)$$

Hoặc:

$$\Phi(t) = e^{At} = L^{-1}\left\{[pI - A]^{-1}\right\}$$

$$= L^{-1}\{\Phi(p)\}$$

Với hàm truyền đạt $\Phi(p) = [pI - A]^{-1}$

$$\boxed{\dot{X} = A.X}$$
$$\downarrow$$
$$\boxed{X(p) = [pI - A]^{-1}.X(0)}$$
$$\downarrow$$
$$\boxed{\begin{aligned}\Phi(t) = e^{At} &= L^{-1}\left\{[pI - A]^{-1}\right\}\\ &= L^{-1}\{\Phi(p)\}\end{aligned}}$$
$$\downarrow$$
$$\boxed{\begin{aligned}\mathrm{X(t)} &= \mathrm{L}^{-1}\left\{[\mathrm{pI} - \mathrm{A}]^{-1}\right\}.\mathrm{X(0)}\\ &= \Phi(\mathrm{t}).\mathrm{X(0)}\end{aligned}}$$

Ví dụ 4 - 4: Cho hệ thống mô tả bởi phương trình trạng thái sau:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.X$$

Tính pI - A = $\begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p+1 & 0 & 0 \\ 0 & p+4 & -4 \\ 0 & 1 & p \end{bmatrix}$

det (pI − A) = (p+1)((p+4)p+4)

$$\begin{vmatrix} p+4 & -4 \\ 1 & p \end{vmatrix} \qquad -1.\begin{vmatrix} p+1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$adj(pI - A) = \begin{bmatrix} p(p+4)+4 & 0 & 0 \\ 0 & p(p+1) & -(p+1) \\ 0 & (p+1).4 & (p+1)(p+4) \end{bmatrix}^{t}$$

$$= \begin{bmatrix} p(p+4)+4 & 0 & 0 \\ 0 & p(p+1) & (p+1).4 \\ 0 & -(p+1) & (p+1)(p+4) \end{bmatrix}$$

$$[pI-A]^{-1}=\frac{\text{adj}[pI-A]}{\det(pI-A)}=\begin{bmatrix}\frac{1}{p+1} & 0 & 0\\ 0 & \frac{p}{(p+4)p+4} & \frac{4}{(p+4)p+4}\\ 0 & \frac{-1}{(p+4)p+4} & \frac{p+4}{(p+4)p+4}\end{bmatrix}$$

Hoặc:

$$\Phi(p)=[pI-A]^{-1}$$

Ta tính $\Phi(\text{t})=e^{At}=\text{L}^{-1}\{\Phi(\text{p})\}=\text{L}^{-1}\{[pI-A]^{-1}\}$

Ta viết lại: $\Phi(p)=\begin{bmatrix}\Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13}\\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23}\\ \Phi_{31} & \Phi_{33} & \Phi_{33}\end{bmatrix}$

Ta cần tính biến đổi ngược Laplace của các số hạng ma trận $\Phi_{ii}(p)$

$$\Phi_{11}(t)=L^{-1}\left\{\frac{1}{p+1}\right\}=e^{-t}$$

$$\Phi_{22}(p)=\frac{p}{(p+4)p+4}=\frac{p}{p^2+4p+4}=\frac{1}{p+2}-\frac{2}{(p+2)^2}$$

$$\Phi_{22}(t)=L^{-1}\{\Phi_{22}(p)\}=e^{-2t}-\frac{2t.e^{-2t}}{(2-1)!}=e^{-2t}(1-2t)$$

$$\Phi_{23}(p)=\frac{4}{(p+4)p+4}=\frac{4}{(p+2)^2}$$

$$\Phi_{23}(t)=L^{-1}\frac{4}{(p-2)^2}=4t.e^{-2t}$$

$$\Phi_{32}(p)=\frac{-1}{(p+4)p+4}=\frac{-1}{(p+2)^2}$$

$$\Phi_{32}(t)=L^{-1}\frac{-1}{(p-2)^2}=-t.e^{-2t}$$

$$\Phi_{33}(p)=\frac{p+4}{(p+4)p+4}=\frac{1}{p+2}+\frac{2}{(p+2)^2}$$

$$\Phi_{33}(t) = L^{-1}\left\{\Phi_{33}(p)\right\} = (1+2t).e^{-2t}$$

Vậy ta có kết quả ma trận chuyển trạng thái $\Phi(t)$ là:

$$\Phi(\mathrm{t}) = e^{At} = \begin{bmatrix} e^{-t} & 0 & 0 \\ 0 & (1-2t)e^{-2t} & 4t.e^{-2t} \\ 0 & -t.e^{-2t} & (1+2\,\mathrm{t}).e^{-2t} \end{bmatrix}$$

2)Tính ma trận chuyển trạng thái nhờ công thức khai triển Taylo hàm mũ ma trận

Cho ví dụ với phương trình (1-69)

$$\Phi(t) = e^{At} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} A^k.t^k = I + \frac{A}{1}t + \frac{A^2}{2!}t^2 + \ldots$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -t & 0 & 0 \\ 0 & -4t & 4t \\ 0 & -t & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,5.t^2 & 0 & 0 \\ 0 & 6t^2 & -8t^2 \\ 0 & 2t^2 & -2t^2 \end{bmatrix} + \ldots.$$

$$= \begin{bmatrix} (1-t+t^2/2+\ldots) & 0 & 0 \\ 0 & (1-2\,\mathrm{t}+4t^2/2-2t(1-2\,\mathrm{t})+\ldots) & 4t(1-2t+4t^2/2+\ldots) \\ 0 & -t(1-2\,\mathrm{t}+4\,\mathrm{t}^2/2+\ldots) & (1-2t+4t^2/2+2t(1-2t)+\ldots) \end{bmatrix}$$

Các số hạng trong ngoặc cũng là khai triển của e^{-t} và e^{-2t}. Do đó cuối cùng ta có:

$$\Phi(t) = e^{At} = \begin{bmatrix} e & 0 & 0 \\ 0 & (1-2t)e^{-2t} & 4.t.e^{-2t} \\ 0 & -te^{-2t} & (1+2t)e^{-2t} \end{bmatrix}$$

Ngoài hai phương pháp cơ bản trên người ta còn đưa ra các phương pháp tính $\Phi(t)$ khác, điển hình:

- *Phương pháp giá trị riêng (Eigenvalue Method)*

$$\Phi(t) = e^{At} = T.e^{Jt}.T^{-1}$$

Trong đó e^{Jt} là dạng ma trận A chuyển về dạng đường chéo.

- *Phương pháp Caylay - Hammilton.*

- *Phương pháp dựa vào thuật toán Leverrier.*

1.4.2.3. Phương trình trạng thái dừng, không thuần nhất

$$\dot{X}(t) = A.X(t) + B.u(t) \tag{1-71}$$

Đem nhân trái hai vế (1-71) với e^{-At} ta được:

$$e^{-At}.\dot{X}(t) = e^{-At}.A.X(t) + e^{-At}.B.u(t) \tag{1-72}$$

Vì $$\frac{d}{dt}e^{-At} = -e^{-At}A = -A.e^{-At} \tag{1-73}$$

Từ công thức (1-72) ta rút ra:

$$e^{-At}.\dot{X}(t) - Ae^{-At}.X(t) = e^{-At}.B.u(t) \tag{1-74}$$

Vế trái của (1-74) chính là đạo hàm: $\frac{d}{dt}[e^{-At}.X(t)]$

Do đó:

$$\frac{d}{dt}[e^{-At}.X(t)] = e^{-At}.B.u(t) \tag{1-75}$$

Lấy tích phân 2 vế (1-75) từ 0 đến t ta được:

$$e^{-At}.X(t) - X(0) = \int_0^t e^{-Ar}.B.u(\mathrm{r}).d\mathrm{r} \tag{1-76}$$

Nhân trái 2 vế (1-76) với e^{At} ta có:

$$e^{At}.e^{-At}.X(t) - e^{At}.X(0) = e^{At}.\int_0^t e^{-Ar}.B.u(\mathrm{r}).d\mathrm{r}$$

Vậy: $$X(t) = e^{At}.X(0) + \int_0^t e^{A(t-r)}.B.u(\mathrm{r}).d\mathrm{r} \tag{1-77}$$

Vì $e^{At} = \Phi(t)$

$$e^{A(t-r)} = \Phi(t-r) = \Phi(t,r) \tag{1-78}$$

Do đó: $$X(t) = \Phi(t).X(0) + \varphi_u(t) \tag{1-79}$$

trong đó: $\varphi_u(t) = \int_0^t \Phi(t-r).B.u(\mathrm{r}).d\mathrm{r}$

Tương tự hệ thuần nhất, ta có thể tính nghiệm phương trình trạng thái theo biến đổi Laplace của của phương trình (1-71):

$$p.X(p) - X(0) = A.X(p) + B.u(p)$$

Hay:

$$X(p) = \left[pI - A\right]^{-1}.X(0) + \left[pI - A\right]^{-1}.B.u(p)$$

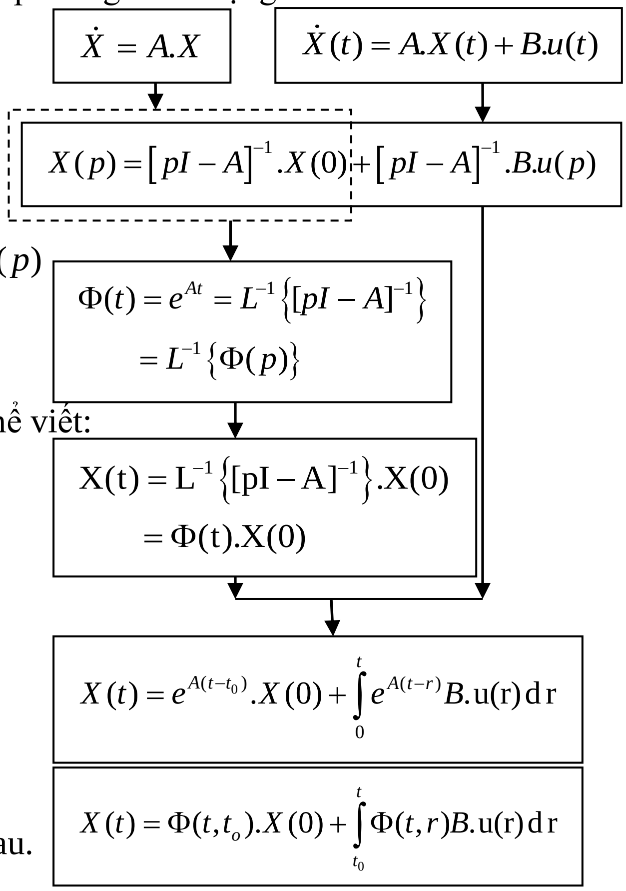
$$X(\mathrm{t}) = \mathrm{L}^{-1}\left\{X(p)\right\}$$

Nếu điều kiện đầu là t_o thì nghiệm (1-77) có thể viết:

$$X(t) = e^{A(t-t_0)}.X(0) + \int_0^t e^{A(t-r)}B.\mathrm{u(r)\,d\,r}$$

Theo kí hiệu $e^{A(t-r)} = \Phi(t,r)$ thì

$$X(t) = \Phi(t,t_o).X(0) + \int_{t_0}^t \Phi(t,r)B.\mathrm{u(r)\,d\,r}$$



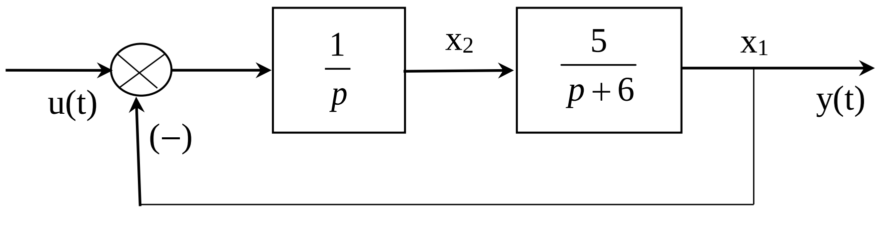
Ví dụ 4-5. Cho hệ thống cấu trúc trên hình sau.

- Hãy viết phương trình trạng thái hệ thống.

- Tính ma trận chuyển trạng thái $\Phi(t) = e^{At}$

- Tính quá trình quá độ theo các biến trạng thái khi không có tác động điều khiển, tức u(t) = 0 ứng với điều kiện đầu $x_1(0) = 4$ và $x_2(0) = 2$.

- Tính quá trình quá độ của hệ khi $u(t) = \cos 2\mathrm{t}$ tác động từ thời điểm $t = 0$ và điều kiện đầu triệt tiêu $x_1(0) = x_2(0) = 0$



Hình 1. 22

Giải: Ta chọn trạng thái x_1 và x_2 từ sơ đồ cấu trúc ta viết được phương trình vi phân:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -6\mathrm{x}_1 + 5\mathrm{x}_2 \\ \dot{x}_2 = -\mathrm{x}_1 + u(t) \end{cases} \longleftarrow \text{vì} \begin{cases} \dfrac{\mathrm{x}_1}{\mathrm{x}_2} = \dfrac{5}{p+6} \\ \dot{x}_1 = p\mathrm{x}_1 \end{cases}$$

Phương trình trạng thái có dạng:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-6 & 5\\ -1 & 0\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}.u(t)$$

Xác định $\Phi(t) = e^{At}$ theo biến đổi Laplace:

$$\Phi(p) = [pI - A]^{-1} = \left(p\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}-6 & 5\\ -1 & 0\end{bmatrix}\right)^{-1} = \begin{bmatrix}p+6 & -5\\ 1 & p\end{bmatrix}^{-1}$$

$$\det(pI - A) = p(p+6) + 5 = p^2 + 6p + 5 = (p+1)(p+5)$$

$$adj[pI - A] = \begin{bmatrix}p & -1\\ 5 & p+6\end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix}p & 5\\ -1 & p+6\end{bmatrix}$$

$$\Phi(p) = [pI - A]^{-1} = \frac{adj(pI - A)}{\det(pI - A)} = \begin{bmatrix}\dfrac{p}{(p+1)(p+5)} & \dfrac{5}{(p+1)(p+5)}\\ \dfrac{-1}{(p+1)(p+5)} & \dfrac{p+6}{(p+1)(p+5)}\end{bmatrix}$$

$$\Phi(p) = \begin{bmatrix}\dfrac{-1}{(p+1)4} + \dfrac{5}{(p+5)4} & \dfrac{5}{4(p+1)} - \dfrac{5}{4(p+5)}\\ \dfrac{-1}{(p+1)4} + \dfrac{1}{(p+5)4} & \dfrac{5}{4(p+1)} - \dfrac{1}{4(p+5)}\end{bmatrix}$$

Từ ma trận ảnh $\Phi(p)$ ta tính được ma trận chuyển trạng thái $\Phi(\mathrm{t})$ như sau:

$$\Phi(\mathrm{t}) = \frac{1}{4}\begin{bmatrix}-e^{-t} + 5\mathrm{e}^{-5t} & 5e^{-t}\text{-}5\mathrm{e}^{-5t}\\ -e^{-t} + \mathrm{e}^{-5t} & 5e^{-t}\text{-}\mathrm{e}^{-5t}\end{bmatrix}$$

Khi u(t) = 0 và điều kiện đầu $x_1(0) = 4, x_2(0) = 2$ thì nghiệm $X(t) = \Phi(t).X(0)$ là:

$$\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\dfrac{3}{2}e^{-t} + \dfrac{5}{2}e^{-5t}\\ \dfrac{3}{2}e^{-t} + \dfrac{1}{2}e^{-5t}\end{bmatrix}$$

Với $X(t) = \begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}$; $X(0) = \begin{bmatrix}x_1(0)\\ x_2(0)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4\\ 2\end{bmatrix}$

Khi u(t)=cos2t và điều kiện đầu tiêu $x_1(0) = x_2(0) = 0$ thì

$$\Phi(t).X(0) = \Phi(t).\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

Do đó:

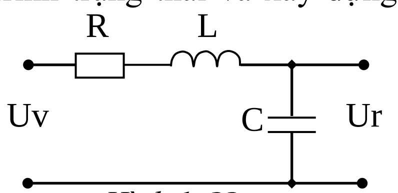
$$X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \int_0^t e^{A(t-r)}B.\mathrm{u(r)\,d\,r} \;\; = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}\int_0^t (5.e^{-(t-r)} - 5.e^{-5(t-r)}).\cos 2\,\mathrm{r.dr} \\ \frac{1}{4}\int_0^t (5.e^{-(t-r)} - e^{-5(t-r)}).\cos 2\,\mathrm{r.dr} \end{bmatrix}$$

Hay:

$$X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{29}(12\sin 2t + \cos 2t) - \frac{29}{4}e^{-t} + \frac{25}{4}e^{-5t} \\ \frac{1}{29}(14\sin 2t + 6.\cos 2\,\mathrm{t}) - \frac{29}{4}e^{-t} + \frac{5}{4}e^{-5t} \end{bmatrix}$$

1.4.3. Bài tập áp dụng:

Bài 1: Thành lập phương trình trạng thái và xây dựng mô hình cho mạch RLC sau:



Hình 1. 23

Bài giải:

Phương trình điện áp:

$$\mathrm{u_v = Ri + L\frac{di}{dt} + u_r}$$

$$\mathrm{u_r = \frac{1}{C}\int_0^t idt} \qquad \rightarrow \qquad \mathrm{i = C\frac{du_r}{dt}}$$

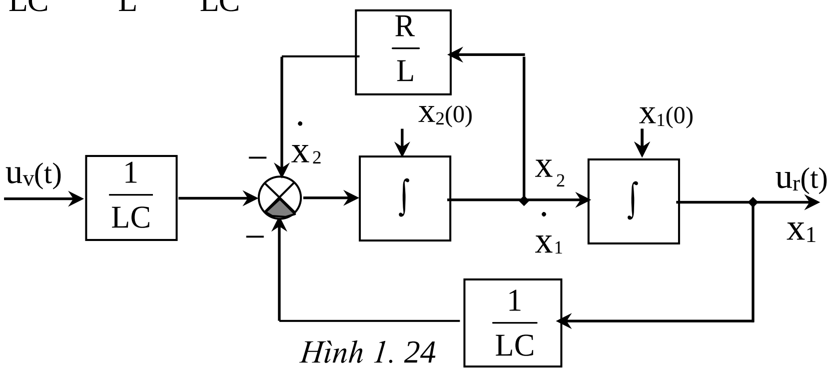
$$\mathrm{LC\frac{d^2u_r}{dt^2} + RC\frac{du_r}{dt} + u_r = u_v}$$

Đặt:

$$\left.\begin{aligned} & \mathrm{x_1 = u_r} \\ & \mathrm{x_2 = \dot{x}_1 = \frac{du_r}{dt}} \\ & \mathrm{\dot{x}_2 = \frac{d^2u_r}{dt^2}} \end{aligned}\right\} \quad \mathrm{x_1,\ x_2} \text{ là biến trạng thái}$$

Mô hình hóa dưới dạng không gian trạng thái theo phương trình:

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{LC}u_v - \frac{R}{L}\dot{x}_1 - \frac{1}{LC}x_1$$



Hình 1. 24

Từ trên ta có:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \quad 0.x_1 \; + \; 1.x_2 \; + \; 0.u_v(t) \\ \dot{x}_2 = -\dfrac{1}{LC}x_1 - \dfrac{R}{L}x_2 + \dfrac{1}{LC}u_v(t) \end{cases}$$

=> $$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{1}{LC} & -\dfrac{R}{L} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{LC} \end{pmatrix} \cdot u_v(t)$$

=> $$\dot{X}_i = A.X_i + B.u_v(t)$$

Với:

$$\dot{X}_i = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} \qquad X_i = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{1}{LC} & -\dfrac{R}{L} \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{LC} \end{pmatrix}$$

Từ $x_1 = u_r$ suy ra:

$$u_r = 1.x_1 + 0.x_2 + 0.u_v(t)$$

=> $$u_r = C.X_i + D.u_v(t)$$

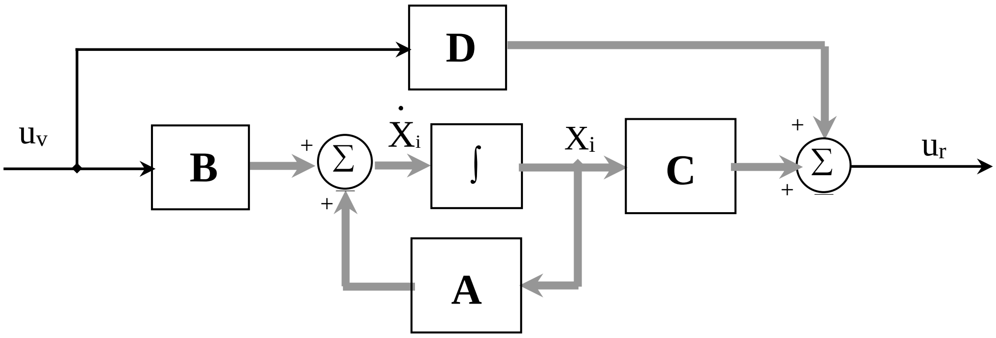
Với: $$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$$

Từ trên ta có hệ:

$$\begin{cases} \dot{X}_i = A.X_i + B.u_v(t) \\ u_r = C.X_i + D.u_v(t) \end{cases}$$

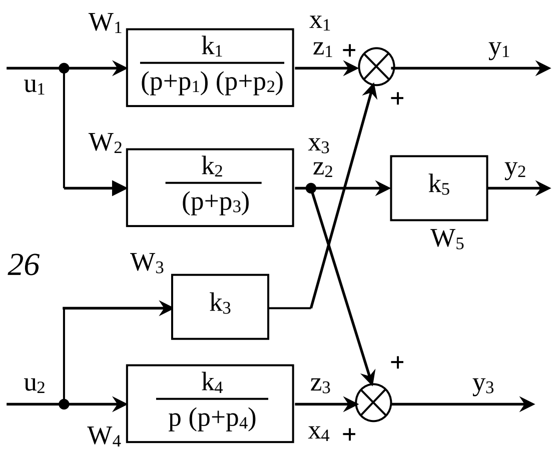
Sơ đồ mô phỏng tổng quát:



Hình 1. 25

Bài 2: Cho hệ thống hai tín hiệu vào và ba tín hiệu ra như hình bên.

Mô hình hóa hệ thống theo phương trình trạng thái.



Hình 1. 26

Phân tích:

\+ $$W_1(p) = \frac{k_1}{(p+p_1)(p+p_2)} = \frac{z_1(p)}{u_1(p)}$$

$$W_1(p) = \frac{k_1}{p^2 + (p_1+p_2)p + p_1.p_2} = \frac{z_1(p)}{u_1(p)}$$

Đặt: $x_1 = z_1$; $x_2 = \dot{x}_1 = p.z_1$; $\dot{x}_2 = p^2.z_1$

=> $\dot{x}_2 = k_1 u_1 - (p_1+p_2)x_2 - p_1.p_2 x_1$

\+ $$W_2(p) = \frac{k_2}{p+p_3} = \frac{z_2(p)}{u_1(p)}$$

Đặt: $x_3 = z_2$; $\dot{x}_3 = p.z_2$

=> $\dot{x}_3 = k_2 u_1 - p_3 x_3$

\+ $$W_4(p) = \frac{k_4}{p(p+p_4)} = \frac{z_3(p)}{u_2(p)}$$

Đặt: $x_4 = z_3$; $x_5 = \dot{x}_4 = p.z_3$; $\dot{x}_5 = p^2.z_3$

=> $\dot{x}_5 = k_4u_2 - p_4x_5$

Vậy ta có hệ:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = k_1u_1 - (p_1 + p_2)x_2 - p_1.p_2x_1 \\ \dot{x}_3 = k_2u_1 - p_3x_3 \\ \dot{x}_4 = x_5 \\ \dot{x}_5 = k_4u_2 - p_4x_5 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -p_1p_2 & -(p_1 + p_2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -p_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & 0 \\ k_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & k_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 & u_1 \end{pmatrix}$$

=> $\dot{X}_i = A.X_i + B.U$

Với:

$$\dot{X}_i = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \ldots \\ \dot{x}_5 \end{pmatrix} \qquad X_i = \begin{pmatrix} x_1 \\ \ldots \\ x_5 \end{pmatrix} \qquad U = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -p_1p_2 & -(p_1 + p_2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -p_4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & 0 \\ k_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & k_4 \end{pmatrix}$$

Mặt khác:

$y_1 = z_1 + k_3.u_2$

$y_2 = k_5.z_2$

$y_3 = z_2 + z_3$

$$=> \begin{cases} y_1 = x_1 + k_3u_2 \\ y_2 = k_5x_3 \\ y_3 = x_3 + x_4 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & k_3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 & u_2 \end{pmatrix}$$

$$=> \quad Y_i = C.X_i + D.U$$

Với:

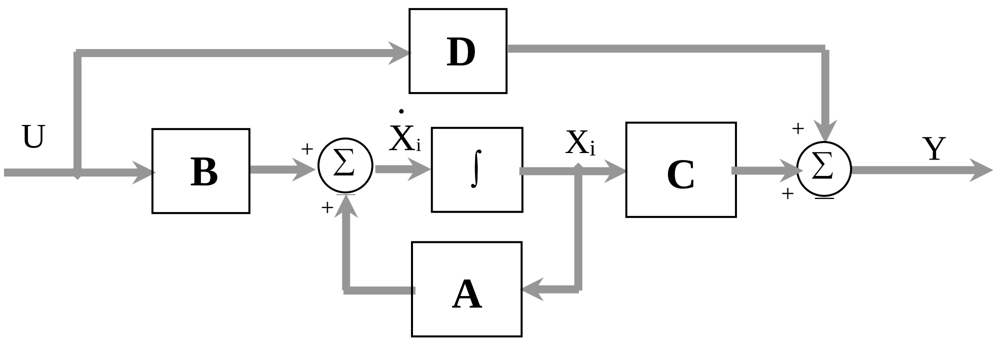
$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_2 \end{pmatrix} \qquad U = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 0 & k_3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vậy ta có hệ:

$$\begin{cases} \dot{X}_i = A.X_i + B.U \\ Y = C.X + D.U \end{cases}$$

Sơ đồ :



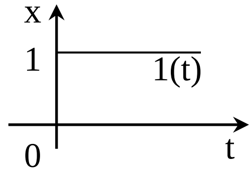
Hình 1. 27

1.5. Đặc tính của phần tử và hệ thống

5.1. **Đặc tính thời gian:**

1) Tín hiệu bậc thang đơn vị:

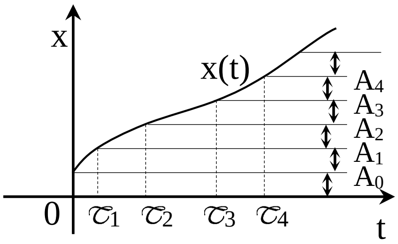
$$x(t) = 1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$



Hình 1. 28

Tín hiệu 1(t) gặp rất nhiều trong thực tế, như đóng cầu dao cấp điện 220V,...

Một tín hiệu bất kỳ có thể được thay thế bằng những hàm bậc thang.



Hình 1. 29

$$x(t) = A_0 1(t) + A_1 1(t-\tau_1) + A_2 1(t-\tau_2) + \ldots A_n 1(t-\tau_n)$$

$$x(t) = A_0 1(t) + \sum_{i=1}^{n} A_i 1(t-\tau_i)$$

Đối với hệ tuyến tính ta sử dụng được nguyên lý xếp chồng (cho cả nguyên nhân và kết quả), nên có thể xem đáp ứng của một khâu hay của hệ là tổng các đáp ứng đối với các tín hiệu thành phần.

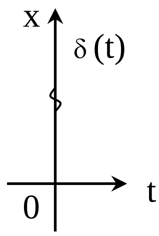
Nhận xét:

$$\frac{d1(t)}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{khi} \quad t \neq 0 \\ \infty & \text{khi} \quad t = 0 \end{cases}$$

2) Tín hiệu xung đơn vị:

Xung đơn vị là một xung có độ rộng bằng 0, biên độ bằng vô cùng, diện tích bằng 1.

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi} \quad t \neq 0 \\ \infty & \text{khi} \quad t = 0 \end{cases}$$



Nhận xét:

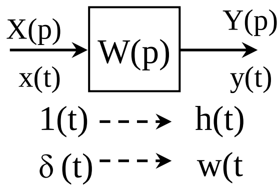
$$\int_0^{\infty} \delta(t)dt = 1$$

3) Dạng đáp ứng:

Khi tín hiệu vào là hàm 1(t) thì tín hiệu đáp ứng là hàm quá độ h(t). Khi tín hiệu vào là hàm δ(t) thì tín hiệu đáp ứng là hàm trọng lượng w(t).

$$\frac{d1(t)}{dt} = \delta(t)$$

$$\frac{dh(t)}{dt} = w(t)$$

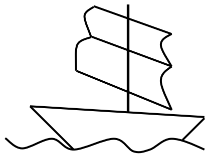


5.2. **Đặc tính tần:**

1) Ví dụ :

Xét đối tượng là một chiếc thuyền buồm (hình 2.3), xem sóng là tác động đầu vào dưới dạng:

$x(t) = X_m \sin \omega t$



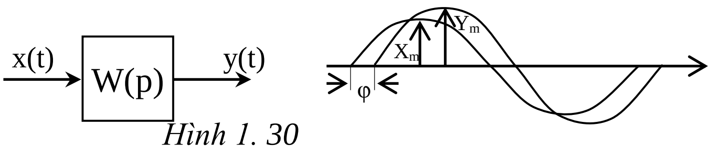
H 1.30

Đầu ra là dao động của chiếc thuyền:

$y(t) = Y_m \sin(\omega t - \varphi)$

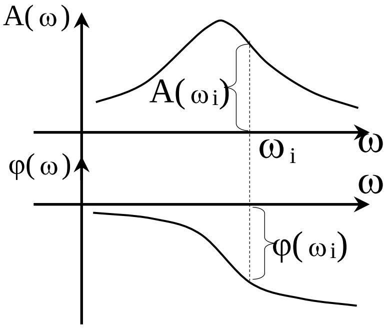
Với X_m, Y_m là biên độ dao động của sóng và của thuyền;

φ là góc chậm pha của thuyền so với sóng.



Hình 1. 30

Mối quan hệ của tần số với $A(\omega) = \dfrac{Y_m}{X_m}$, $\varphi(\omega)$ là các đặc tính tần số biên độ và tần số pha của thuyền do tác động của sóng biển.



Hình 1. 31

Trị số cực đại của $A(\omega)$ ứng với hiện tượng cộng hưởng.

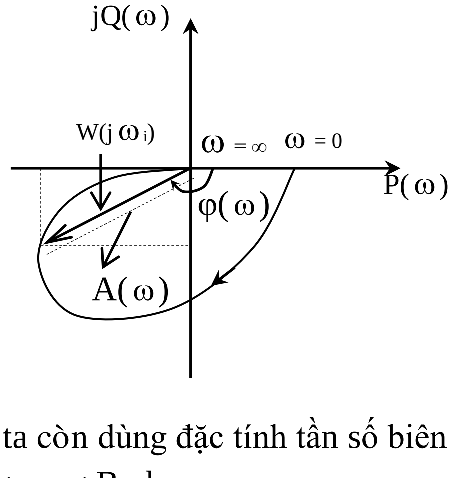
2) Đường cong Nyquist (*Naiquyt*):

Kết hợp đồng thời cả hai đặc tính $A(\omega)$ và $\varphi(\omega)$ trên cùng một đường cong trong hệ tọa độ, gọi là đặc tính tần biên pha. Đường cong này gọi là đường cong Nyquist.

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$$

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$$



Hình 1. 32

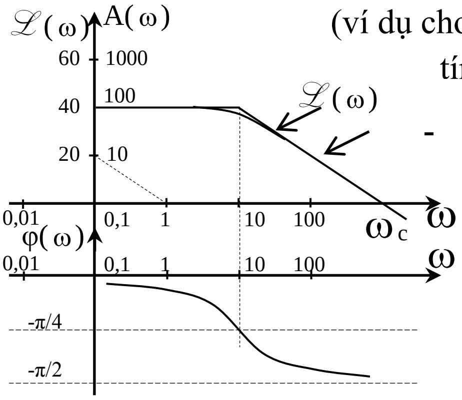
3) Đường cong Bode (Bốt đơ):

Phạm vi biến đổi của tần số là rất lớn, người ta còn dùng đặc tính tần số biên độ lôgarít và đặc tính tần số pha lôgarít, gọi là đường cong Bode.

Biên độ được tính theo [db] dexiben

$\mathscr{L}(\omega) \equiv 20\lg A(\omega)$

Độ nghiêng của đường $\mathscr{L}(\omega)$ được đánh giá theo đơn vị ±db/dec. Độ nghiêng ±20db/dec được xem là độ nghiêng ±1 đơn vị.



(ví dụ cho khâu quán tính).

Hình 1. 33

Đường cong liên tục được thay thế bằng đường xấp xỉ bỡi hai đoạn thẳng thì giao của chúng ứng với tần số gãy. Tần số ω_c khi $\mathscr{L}(\omega)$ cắt trục hoành gọi là tần số cắt.

<u>Nhận xét tổng quát:</u>

Một hệ có thể được xác định bỡi hàm truyền; đặc tính thời gian hay đặc tính tần.

+ Hàm truyền thực chất là cách viết gọn của phương trình vi phân.

+ Đặc tính thời gian mô tả hành vi của hệ thống theo thời gian khi có tác động đầu vào.

+ Đặc tính tần mô tả hành vi của hệ thống khi có tác động điều hòa với tần số khác nhau.

4) Bài tập áp dụng:

Vẽ đặc tính Bode cho hệ sau:

$$W(p) = \frac{100}{10p + 1}$$

1.6. Các khâu động học điển hình

1.6.1. Khâu khuếch đại (khâu tỷ lệ):

Phương trình vi phân: $y = kx$ (3-1)

với k – hệ số khuếch đại.

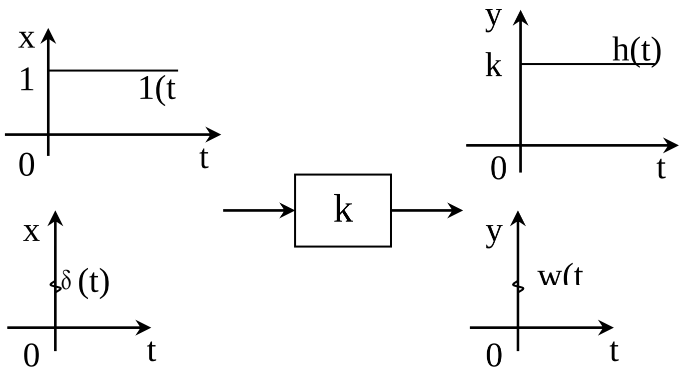
Biến đổi Laplace: $Y(s) = k.X(p)$

Hàm truyền: $W(p) = \dfrac{Y(p)}{X(p)} = k$

Xét đáp ứng với tín hiệu vào:

$x(t) = 1(t) \quad \rightarrow y(t) = h(t) = k.1(t)$

$x(t) = \delta(t) \quad \rightarrow y(t) = w(t) = k.\delta(t)$



Hình 1. 34

Xét đáp ứng với tín hiệu vào là $x(t) = X_m \sin\omega t$:

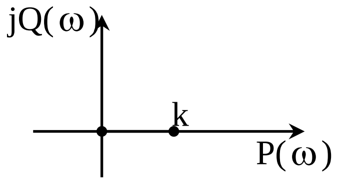
$y(t) = Y_m \sin\omega t$ $\qquad\qquad$ $Y_m = kX_m$

$Y(j\omega) = kX(j\omega)$

Đặc tính tần biên pha của khâu khuếch đại:

$$W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = k$$

$$P(\omega) = k \qquad\qquad Q(\omega) = 0$$



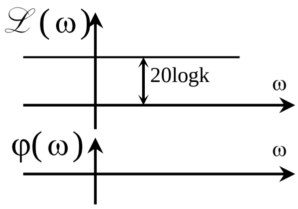
Hình 1. 35 Đường cong Nyqist của khâu tỷ lệ

Đặc tính lôgarít:

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = k$$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = 0$$

$$\mathscr{L}(\omega) = 20\lg A(j\omega) = 20\lg k$$



Hình 1. 36 Đường cong Bode của khâu tỷ lệ

1.6.2. Khâu quán tính:

Phương trình vi phân: $\qquad T\dfrac{dy}{dt} + y = kx \qquad$ (3-2)

với $\quad$ k – hệ số khuếch đại;

T – hằng số thời gian.

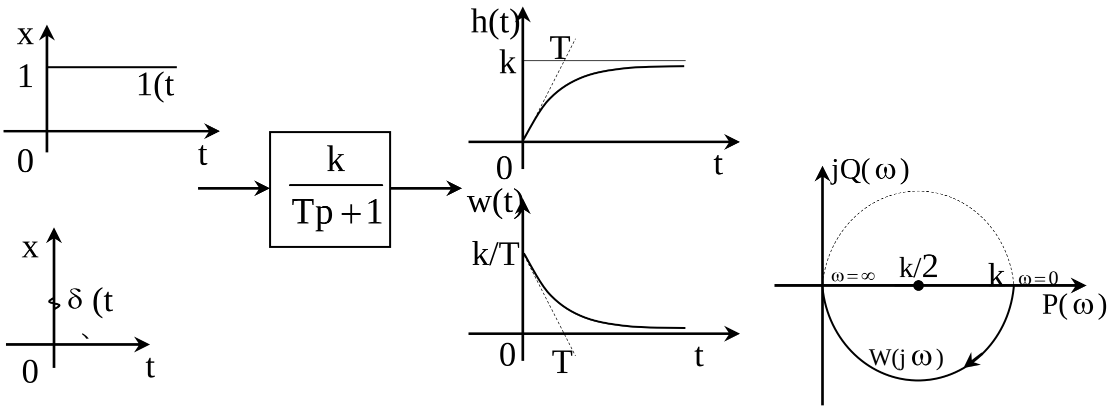
Biến đổi Laplace: $\qquad TpY(p) + Y(p) = kX(p)$

Hàm truyền: $\qquad W(p) = \dfrac{Y(p)}{X(p)} = \dfrac{k}{Tp+1}$

Xét đáp ứng với tín hiệu vào:

$x(t) = 1(t) \qquad \rightarrow y(t) = h(t) = k(1 - e^{-\frac{1}{T}t}).1(t)$

$x(t) = \delta(t) \qquad \rightarrow y(t) = w(t) = \dfrac{k}{T}e^{-\frac{1}{T}t}.1(t)$



Hình 1. 37

Đặc tính tần biên pha:

$$W(j\omega) = \frac{k(1 - Tj\omega)}{(1 + Tj\omega)(1 - Tj\omega)} = \frac{k}{1 + T^2\omega^2} - j\frac{kT\omega}{1 + T^2\omega^2}$$

$$P(\omega) = \frac{k}{1 + T^2\omega^2} \qquad\qquad Q(\omega) = -\frac{kT\omega}{1 + T^2\omega^2}$$

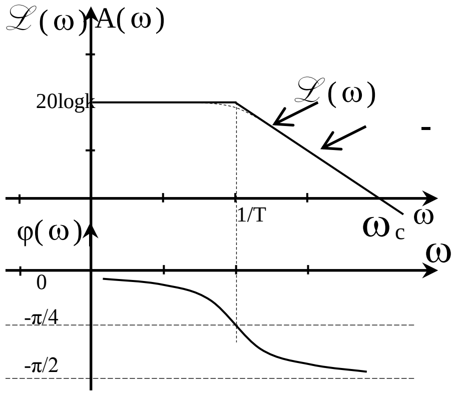
Biên độ và pha:

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \frac{k}{\sqrt{1 + T^2\omega^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \mathrm{arctg}\frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \mathrm{arctg}(-T\omega)$$

Đặc tính lôgarít xấp xỉ của khâu quán tính:

$$\mathscr{L}(\omega) = \begin{cases} 20\lg k & \text{khi} \quad \omega << \dfrac{1}{T} \\ 20\lg k - 20\lg T\omega & \text{khi} \quad \omega >> \dfrac{1}{T} \end{cases}$$



Hình 1. 38

1.6.3. Khâu dao động:

Phương trình vi phân: $T^2\dfrac{d^2y}{dt^2} + 2d.T\dfrac{dy}{dt} + y = kx$ (3-3)

với k – hệ số khuếch đại;
T – hằng số thời gian;
d – tỷ số tắt dần.

Biến đổi Laplace:

$$T^2p^2Y(p) + 2d.TpY(p) + Y(p) = kX(p)$$

Hàm truyền: $W(p) = \dfrac{Y(p)}{X(p)} = \dfrac{k}{T^2p^2 + 2dTp + 1}$

Phương trình đặc trưng:

$$F(p) = T^2p^2 + 2dTp + 1 = 0 \qquad (3\text{-}3i)$$

Phương trình có: $\Delta' = T^2d^2 - T^2 = T^2(d^2 - 1)$

◘Nếu d > 1 thì phương trình (3-3i) có hai nghiệm thực:

$$p_{12} = \frac{-Td \pm \sqrt{T^2(d^2-1)}}{T^2} = \frac{-d \pm \sqrt{d^2-1}}{T}$$

(3-3i) ⇔ $F(p) = (T_1p + 1)(T_1p + 1) = 0$

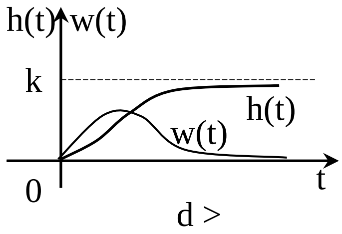
với $\begin{cases} T_1.T_2 = T^2 \\ T_1 + T_2 = 2Td \end{cases}$

Xét đáp ứng với tín hiệu vào là 1(t): (giả sử $T_1 > T_2$)

$$\rightarrow y(t) = h(t) = k\left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2}e^{-\frac{1}{T_1}t} + \frac{T_2}{T_1 - T_2}e^{-\frac{1}{T_2}t}\right).1(t)$$

Xét đáp ứng với tín hiệu vào là δ(t):

$$\rightarrow y(t) = w(t) = \frac{k}{T_1 - T_2}\left(e^{-\frac{1}{T_1}t} - e^{-\frac{1}{T_2}t}\right).1(t)$$



Hình 1. 39

◘Nếu d = 1 thì: ($T_1 = T_2 = T$)

$$h(t) = k\left(1 - \left(1 + \frac{t}{T}\right)e^{-\frac{t}{T}}\right).1(t)$$

$$w(t) = \frac{k}{T^2}.t.e^{-\frac{1}{T}t}.1(t)$$

▪Nếu d < 1 thì phương trình (3-3i) có hai nghiệm phức:

$$p_{12} = \frac{-Td \pm j\sqrt{T^2(1-d^2)}}{T^2} = \frac{-d}{T} \pm j\frac{\sqrt{1-d^2}}{T}$$

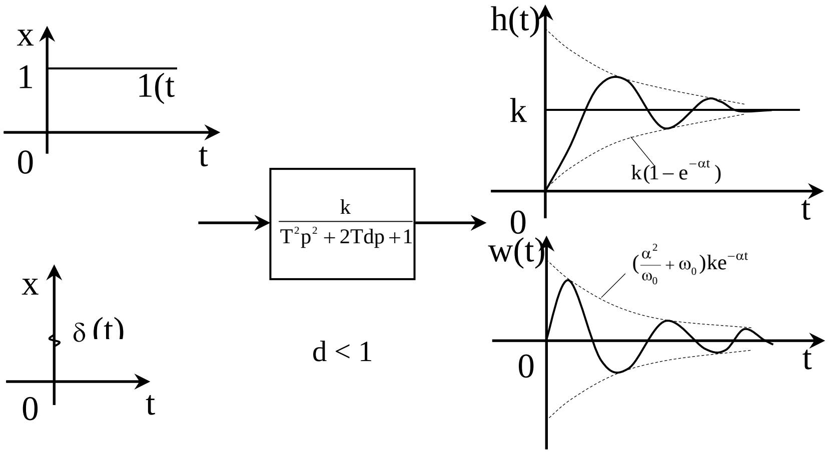
Đặt: $p_{12} = \alpha \pm j\omega$

Xét đáp ứng với tín hiệu vào là 1(t):

$$\rightarrow y(t) = h(t) = k[1 - e^{-\alpha t}(\cos\omega t + \frac{\alpha}{\omega}\sin\omega t)].1(t)$$

Xét đáp ứng với tín hiệu vào là $\delta(t)$:

$$\rightarrow y(t) = w(t) = k\left(\frac{\alpha^2}{\omega} + \omega_0\right)e^{-\alpha t}\sin\omega t.1(t)$$



Hình 1. 40

Đặc tính tần biên pha:

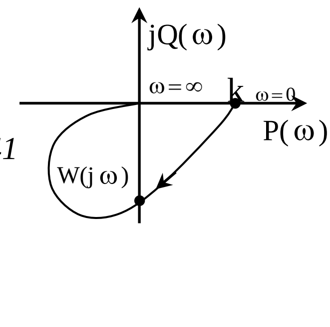
$$W(j\omega) = \frac{k}{(j\omega T)^2 + 2j\omega Td + 1}$$

$$W(j\omega) = \frac{k[(1-\omega^2T^2) - 2j\omega Td]}{[(1-\omega^2T^2) + 2j\omega Td].[(1-\omega^2T^2) - 2j\omega Td]}$$

$$= \frac{k(1-\omega^2T^2)}{(1-\omega^2T^2)^2 + (2\omega Td)^2} - j\frac{k2\omega Td}{(1-\omega^2T^2)^2 + (2\omega Td)^2}$$

$$P(\omega) = \frac{k(1-\omega^2T^2)}{(1-\omega^2T^2)^2 + (2\omega Td)^2}$$

$$Q(\omega) = -j\frac{k2\omega Td}{(1-\omega^2T^2)^2 + (2\omega Td)^2}$$



Hình 1. 41

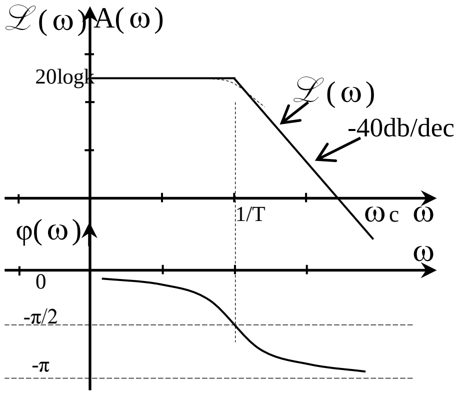
Biên độ và pha:

$$A(\omega)=\sqrt{P^2(\omega)+Q^2(\omega)}=\frac{k}{\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2+(2\omega Td)^2}}$$

$$\varphi(\omega)=\text{arctg}\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}=\text{arctg}(-\frac{2Td\omega}{1-T^2\omega^2})$$

Đặc tính lôgarít xấp xỉ của khâu dao động:

$$\mathscr{L}(\omega)=\begin{cases}20\lg k & \text{khi} \quad \omega<<\frac{1}{T}\\ 20\lg k-40\lg T\omega & \text{khi} \quad \omega>>\frac{1}{T}\end{cases}$$



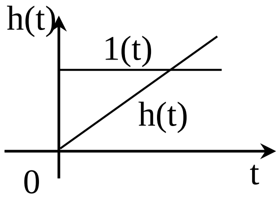
Hình 1. 42 Đường cong Bode của khâu dao động

1.6.4. Khâu tích phân:

Phương trình vi phân: $y=k\int_0^t x(t)dt+y_0$ (3-4)

với k – hệ số khuếch đại;

y_0 – điều kiện đầu.



Biến đổi Laplace: $Y(p)=k\frac{1}{p}X(p)$

Hình 1. 43 Đặc tính thời gian của khâu tích phân

Hàm truyền: $W(p)=\frac{Y(p)}{X(p)}=\frac{k}{p}$

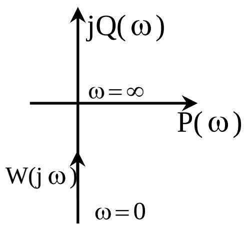
Xét đáp ứng với tín hiệu vào là 1(t):

x(t) = 1(t) → y(t) = h(t) = k.t.1(t)

Đặc tính tần biên pha:

$$W(j\omega)=-j\frac{k}{\omega}$$

$$P(\omega)=0$$



Hình 1. 44

$$Q(\omega) = -\frac{k}{\omega}$$

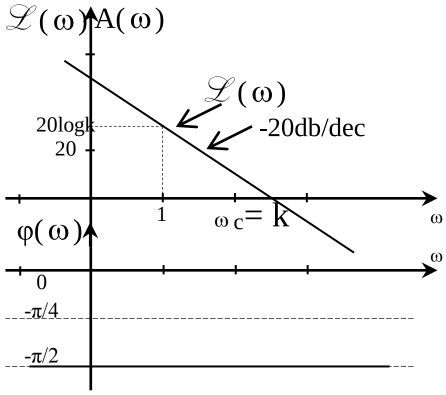
Biên độ và pha:

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \frac{k}{\omega}$$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \text{arctg}(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$$

Đặc tính lôgarít:

$$\mathscr{L}(\omega) = 20\lg\frac{k}{\omega}$$



Hình 1. 45 Đường cong Bode của khâu tích phân

1.6.5. Khâu vi phân:

1) <u>Khâu vi phân lý tưởng:</u>

Phương trình vi phân: $y = k\dfrac{dx}{dt}$ (3-5)

với k – hệ số khuếch đại.

Biến đổi Laplace: $Y(p) = k.pX(p)$

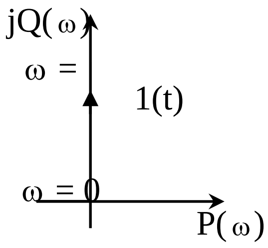
Hàm truyền: $W(p) = \dfrac{Y(p)}{X(p)} = k.p$

Xét đáp ứng với tín hiệu vào là 1(t):

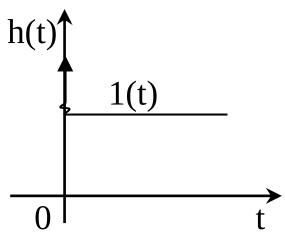
x(t) = 1(t) → y(t) = h(t) = k. $\delta(t)$

Đặc tính tần biên pha:

$W(j\omega) = jk\omega$ → $P(\omega) = 0$ $Q(\omega) = k\omega$



Hình 1. 47 Đường cong Nyqist của khâu vi phân



Hình 1. 46 Đặc tính thời gian của khâu vi phân

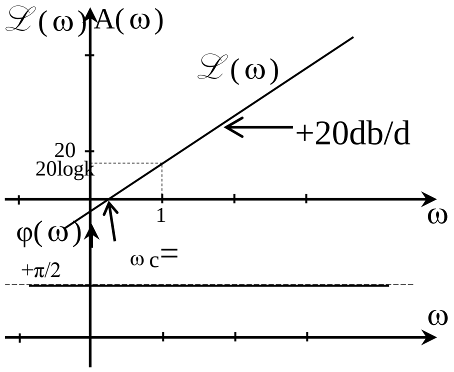
Biên độ và pha:

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = k\omega$$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \text{arctg}(+\infty) = +\frac{\pi}{2}$$

Đặc tính lôgarít:

$$\mathscr{L}(\omega) = 20\lg k\omega$$



Hình 1. 48 Đường cong Bode của khâu vi phân

2) <u>Khâu vi phân quán tính:</u>

Phương trình vi phân: $$T\frac{dy}{dt} + y = k\frac{dx}{dt} \qquad (3\text{-}6)$$

với k – hệ số khuếch đại;

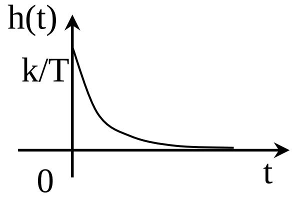
T – hằng số thời gian.

Biến đổi Laplace: $$TpY(p) + Y(p) = k.pX(p)$$

Hàm truyền: $$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k.p}{Tp+1}$$

Xét đáp ứng với tín hiệu vào là 1(t):

$x(t) = 1(t) \qquad \rightarrow y(t) = h(t) = \dfrac{k}{T}e^{-\frac{1}{T}t}$

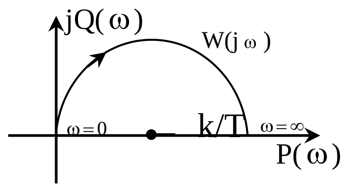


Hình 1. 49 Đặc tính thời gian của khâu vi phân quán tính

Đặc tính tần biên pha:

$$W(j\omega) = \frac{k.j\omega(1 - j\omega T)}{(1 + j\omega T)(1 - j\omega T)} = \frac{k\omega^2 T}{1 + \omega^2 T^2} + j\frac{k\omega}{1 + \omega^2 T^2}$$

$$P(\omega) = \frac{k\omega^2 T}{1 + \omega^2 T^2} \qquad Q(\omega) = \frac{k\omega}{1 + \omega^2 T^2}$$



Hình 1. 50 Đường cong Nyquist của khâu vi phân quán tính

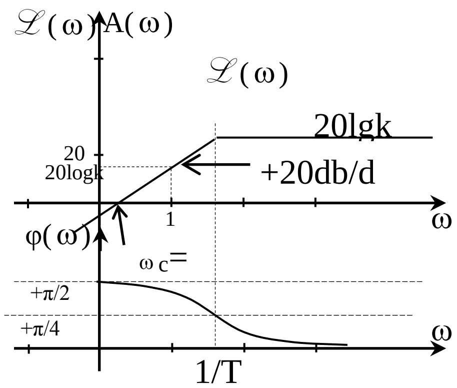
Biên độ và pha:

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \frac{k\omega}{\sqrt{\omega^2 T^2 + 1}}$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\omega T}\right)$$

Đặc tính lôgarít gần đúng:

$$\mathscr{L}(\omega) = \begin{cases} 20\lg k + 20\lg T\omega & \text{khi} \quad \omega << \dfrac{1}{T} \\ 20\lg k & \text{khi} \quad \omega >> \dfrac{1}{T} \end{cases}$$



Hình 1. 51 Đường cong Bode của khâu vi phân quán tính

1.6.6. Khâu trễ:

Phương trình vi phân: $y(t) = x(t - \tau)$ (3-6)

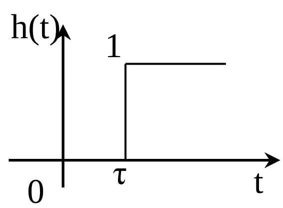
với τ – thời gian trễ.

Biến đổi Laplace: $Y(p) = X(p)e^{-\tau p}$

Hàm truyền: $W(p) = \dfrac{Y(p)}{X(p)} = e^{-\tau p}$

Xét đáp ứng với tín hiệu vào là 1(t):

$x(t) = 1(t)$ $\rightarrow y(t) = h(t) = 1(t-\tau)$



Hình 1. 52 Đặc tính thời gian của khâu trễ

Đặc tính tần biên pha:

$$W(j\omega) = e^{-j\omega\tau}$$

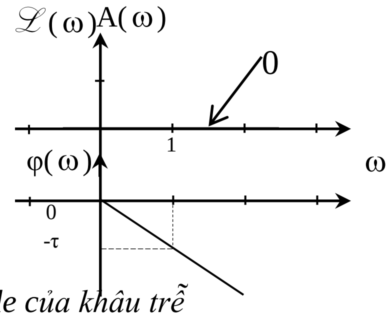
Biên độ và pha:

$$A(\omega) = 1$$

$$\varphi(\omega) = -\omega\tau$$

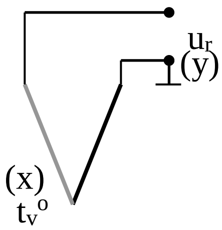
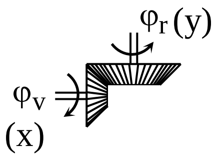
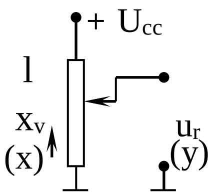
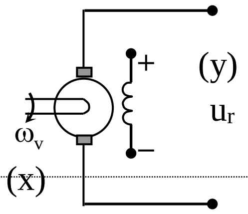
Đặc tính lôgarít:

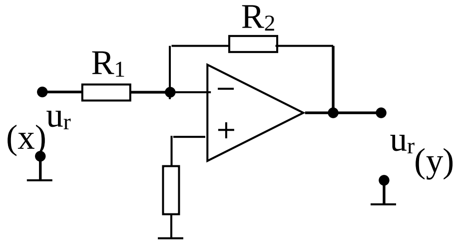
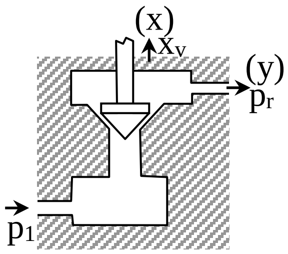
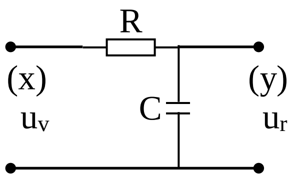
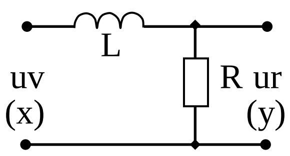
$$\mathscr{L}(\omega) = 20\lg 1 = 0$$

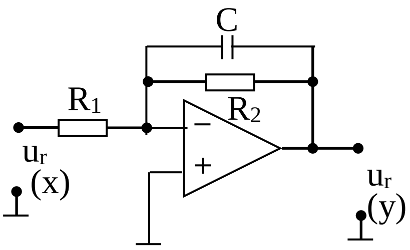
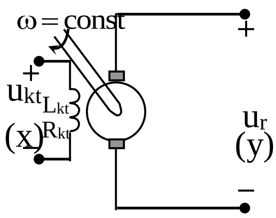
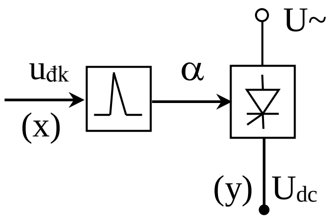
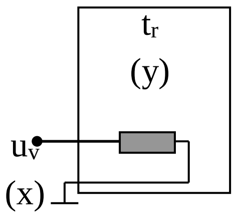


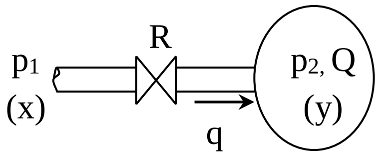
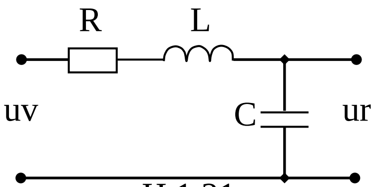
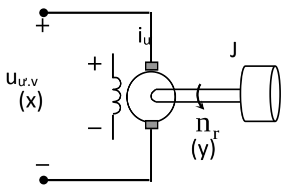
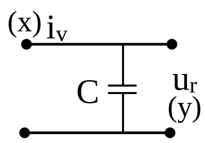
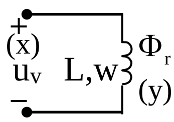
Hình 1. 53 Đường cong Bode của khâu trễ

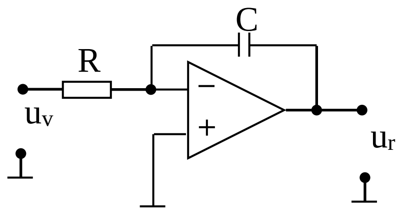
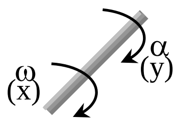
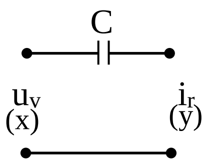
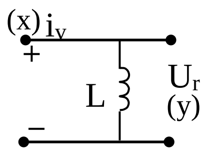
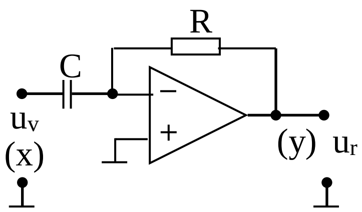
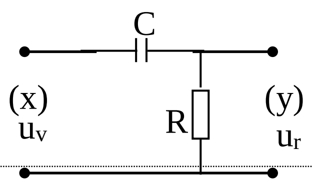
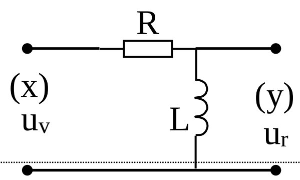
1.7. Một số khâu động học thường gặp trong thực tế

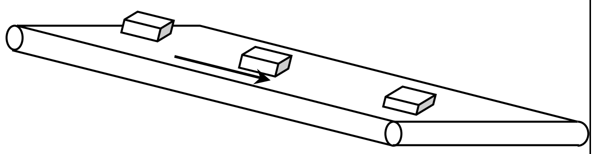
◘	7.1 **Dạng khâu khuếch đại (khâu tỷ lệ):**	
	1) Cảm biến	Tất cả các cảm biến đều được coi là khâu khuếch đại.
	Nhiệt ngẫu: 	Phương trình: $y = kx$ Hàm truyền: $W(p) = k$ Với: k (V/độ) *phụ thuộc cấu tạo nhiệt ngẫu*
	2) Thiết bị biến đổi đồng dạng	Tất cả các thiết bị biến đổi đồng dạng đều được coi là khâu khuếch đại.
	Bộ biến tốc: 	Phương trình: $y = kx$ Hàm truyền: $W(p) = k$ Với: k *phụ thuộc cấu tạo bộ biến tốc.*
	3) Thiết bị đo	Tất cả các thiết bị đo đều được coi là khâu khuếch đại.
	Đo độ dịch chuyển 	Phương trình: $y = kx$ Hàm truyền: $W(p) = k$ Với: $k = \dfrac{U_{cc}}{l}$
	Máy phát tốc 	Phương trình: $y = kx$ Hàm truyền: $W(p) = k$ Với: k (V/vòng/phút) *phụ*

		thuộc cấu tạo máy phát tốc.
	4) Mạch khuếch đại	
	Mạch khuếch đại thuật toán: 	Phương trình: $y = kx$ Hàm truyền: $W(p) = k$ Với: $k = \dfrac{R_2}{R_1}$
	5) Van thủy khí động lực	
		Phương trình: $y = kx$ Hàm truyền: $W(p) = k$ Với: k *phụ thuộc cấu tạo van.*
◘	7.2 **Dạng khâu quán tính:**	
	1) Mạch điện:	
17 18	Mạch RC: 	Phương trình: $T\dfrac{dy}{dt} + y = kx$ Hàm truyền: $W(p) = \dfrac{k}{Tp+1}$ Với: $k = 1$; $T = RC$
	Mạch RL: 	Phương trình: $T\dfrac{dy}{dt} + y = kx$ Hàm truyền: $W(p) = \dfrac{k}{Tp+1}$ Với: $k = 1$; $T = \dfrac{L}{R}$

	2) Mạch điện tử	
		Phương trình: $T\dfrac{dy}{dt}+y=kx$ Hàm truyền: $W(p)=\dfrac{k}{Tp+1}$ Với: $k=\dfrac{R_2}{R_1}$; $T=R_2C$
	3) Thiết bị điện	
	Máy phát điện một chiều điều khiển kích từ 	Phương trình: $T\dfrac{dy}{dt}+y=kx$ Hàm truyền: $W(p)=\dfrac{k}{Tp+1}$ Với: $k=\dfrac{k_e}{R_{kt}}$; $T=\dfrac{L_{kt}}{R_{kt}}$ $(u_r = k_e.i_{kt})$
	Mạch điều khiển điện áp bằng Thyristor 	Phương trình: $T\dfrac{dy}{dt}+y=kx$ Hàm truyền: $W(p)=\dfrac{k}{Tp+1}$ Với: k ; T *phụ thuộc cấu trúc mạchThyristor.*
	4) Lò nhiệt	
		Phương trình: $T\dfrac{dy}{dt}+y=kx$ Hàm truyền: $W(p)=\dfrac{k}{Tp+1}$ Với: k ; T *phụ thuộc cấu trúc của lò.*

	5) Thủy khí	
	Bình chứa:  	Phương trình: $T\frac{dy}{dt}+y=kx$ Hàm truyền: $W(p)=\frac{k}{Tp+1}$ Với: $k=1$; $T=RQ$
◘	7.3 **Dạng khâu dao động:**	
	Mạch điện RLC:  H 1.21	Phương trình: $T_1T_2\frac{d^2y}{dt^2}+T_2\frac{dy}{dt}+y=kx$ Hàm truyền: $W(p)=\frac{k}{T_1T_2p+T_2p+1}$ Với: $k=1$; $T_1=\frac{L}{R}$; $T_2=RC$
	Động cơ một chiều kích từ độc lập, điều khiển điện áp phần ứng:  Phương trình: $T_{dt}T_{dc}\frac{d^2y}{dt^2}+T_{dc}\frac{dy}{dt}+y=kx$ Hàm truyền: $W(p)=\frac{k}{T_{dt}T_{dc}p^2+T_{dc}p+1}$ Với: $k=\frac{1}{k_e}$; $T_{dt}=\frac{L}{R}$; $T_{dc}=\frac{RJ}{k_mk_e\Phi}$	Ngoài ra còn có thể viết hàm truyền: $W(p)=\frac{k}{(T_1p+1)(T_2p+1)}$
◘	7.4 **Dạng khâu tích phân:**	
	1) Mạch điện:	
	  	Phương trình: $y=k\int_0^t xdt+y_0$ Hàm truyền: $W(p)=\frac{k}{p}$

		Với: $k=\dfrac{1}{C}$; $k=\dfrac{1}{w}$
	2) Mạch điện tử:	
		Phương trình: $y=\dfrac{1}{T}\int_0^t x\,dt+y_0$ Hàm truyền: $W(p)=\dfrac{1}{Tp}$ Với: $T=RC$
	2) Động lực:	
		Phương trình: $y=\int_0^t x\,dt+y_0$ Hàm truyền: $W(p)=\dfrac{1}{p}$
◘	7.5 **Dạng khâu vi phân:**	
	1) Mạch điện: 	Phương trình: $y=k\dfrac{dx}{dt}$ Hàm truyền: $W(p)=kp$ Với: $k=C$; $k=L$
	2) Mạch điện tử: 	Phương trình: $y=T\dfrac{dx}{dt}$ Hàm truyền: $W(p)=Tp$ Với: $T=RC$
◘	7.6 **Dạng khâu vi phân quán tính:**	
		Phương trình: $T\dfrac{dy}{dt}+y=k\dfrac{dx}{dt}$ Hàm truyền:

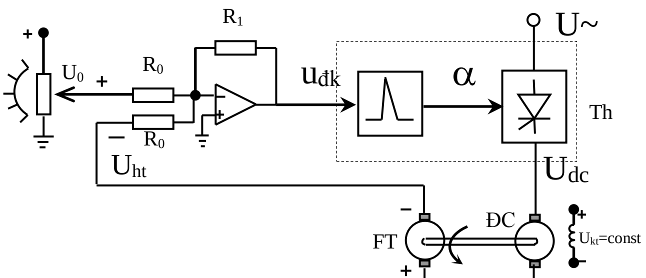
		$W(p)=\dfrac{kp}{Tp+1}$ Với: $k=T=RC$; $k=T=\dfrac{L}{R}$
◘	7.7 **Dạng khâu trễ:**	
	Băng chuyền 	Phương trình: $y=x(t-T)$ Hàm truyền: $W(p)=e^{-Tp}$ Với: T là thời gian trễ

1.8. Một số hệ ĐKTĐ cơ bản

1.8.1. Hệ điều khiển tốc độ động cơ:

Các thông số của hệ:

+ ĐC : động cơ
  * k_{dc} = 1 (vòng/phút/V)
  * T_1 = 0,2 (s)
  * T_2 = 1 (s)
+ Th : mạch điều khiển Thyristor
  * T_{Th} = 0,01 (s)

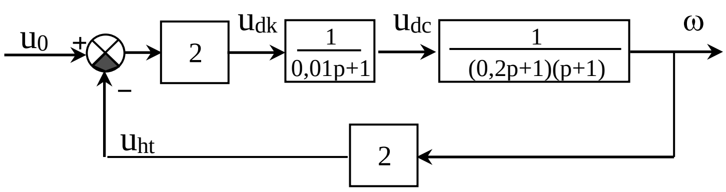


Hình 1. 54

+ FT : máy phát tốc * k_{ft} = 2 (V/vòng/phút)
+ Điện trở * $R_1 = 2.R_0$

Xây dựng sơ đồ khối, tính hàm truyền, vẽ đồ thị Bode của hệ hở.

Sơ đồ khối



Hình 1. 55

Hàm truyền hệ hở:

$$W(p)=\frac{2}{(0,01p+1)(0,2p+1)(p+1)}$$

Hệ có: T_1 = 1s ; T_2 = 0,2s ; T_3 = 0,01s

Hàm truyền hệ kín:

$$W(p) = \frac{2}{(0,01p+1)(0,2p+1)(p+1)+4}$$

Đồ thị Bode của hệ hở:

$$W(p) = \frac{2}{p+1}\cdot\frac{1}{0,2p+1}\cdot\frac{1}{0,01p+1} = W_1(p)\cdot W_2(p)\cdot W_3(p)$$

$$W(j\omega) = \frac{2}{0,01j\omega+1}\cdot\frac{1}{0,2j\omega+1}\cdot\frac{1}{j\omega+1}$$

$$\mathscr{L}_1(\omega) = 20\lg\frac{k}{\sqrt{1+T_1^2\omega^2}} = \begin{cases} 20\lg 2 & \text{khi} \quad \omega << \dfrac{1}{T_1} \\ 20\lg 2 - 20\lg T_1\omega & \text{khi} \quad \omega >> \dfrac{1}{T_1} \end{cases}$$

$$\varphi_1(\omega) = \text{arctg}(-T_1\omega) = \begin{cases} \to \ 0 & \text{khi} \quad \omega \to 0 \\ -\dfrac{\pi}{4} & \text{khi} \quad \omega = \dfrac{1}{T_1} \\ \to -\dfrac{\pi}{2} & \text{khi} \quad \omega \to \infty \end{cases}$$

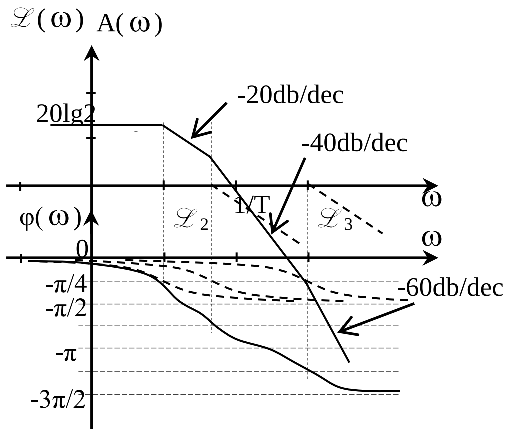
$$\mathscr{L}_2(\omega) = 20\lg\frac{1}{\sqrt{1+T_2^2\omega^2}}\begin{cases} 0 & \text{khi} \quad \omega << \dfrac{1}{T_2} \\ -20\lg T_2\omega & \text{khi} \quad \omega >> \dfrac{1}{T_2} \end{cases}$$

$$\varphi_2(\omega) = \text{arctg}(-T_2\omega) = \begin{cases} \to \ 0 & \text{khi} \quad \omega \to 0 \\ -\dfrac{\pi}{4} & \text{khi} \quad \omega = \dfrac{1}{T_2} \\ \to -\dfrac{\pi}{2} & \text{khi} \quad \omega \to \infty \end{cases}$$

$$\mathscr{L}_3(\omega) = 20\lg\frac{1}{\sqrt{1+T_3^2\omega^2}}\begin{cases} 0 & \text{khi} \quad \omega << \dfrac{1}{T_3} \\ -20\lg T_3\omega & \text{khi} \quad \omega >> \dfrac{1}{T_3} \end{cases}$$

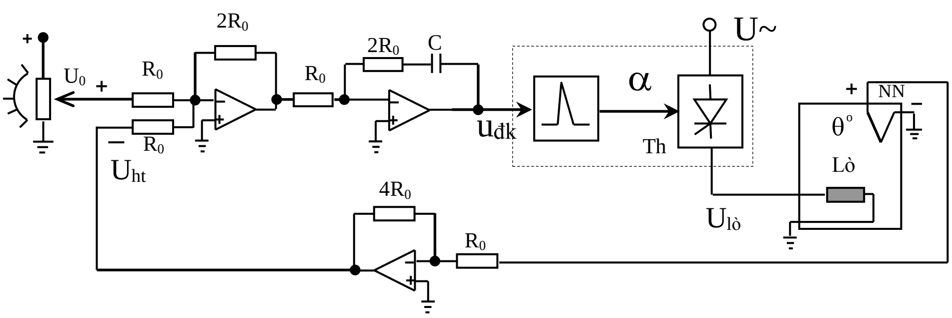
$$\varphi_3(\omega) = \mathrm{arctg}(-T_3\omega) = \begin{cases} \to \ 0 & \text{khi} \quad \omega \to 0 \\ -\dfrac{\pi}{4} & \text{khi} \quad \omega = \dfrac{1}{T_3} \\ \to -\dfrac{\pi}{2} & \text{khi} \quad \omega \to \infty \end{cases}$$

Như vậy ta có được đồ thị Bode:



Hình 1. 56

1.8.2. Hệ điều khiển nhiệt độ của lò:



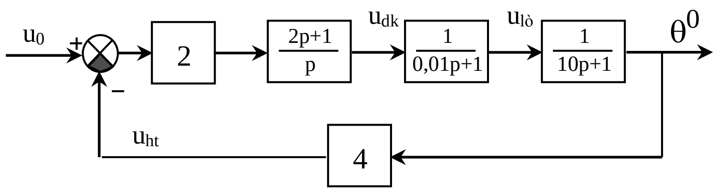
Hình 1. 57

Các thông số của hệ:

+ Lò: * $k_{lò}$ = 1 (độ/V) * T = 10 (s)
+ Th : mạch đk Thyristor * T_{Th} = 0,01 (s)
+ NN : nhiệt ngẫu * k_{nn} = 1 (V/độ)
+ Điện trở * R_0 = 10 kΩ
+ Tụ điện * C = 10^{-4} F

Xây dựng sơ đồ khối, tính hàm truyền.

Sơ đồ khối



Hình 1. 58

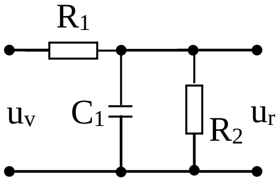
Hàm truyền

$$W(p) = \frac{2\cdot(2p+1)}{(0,01p+1)(10p+1)p+8.(2p+1)}$$

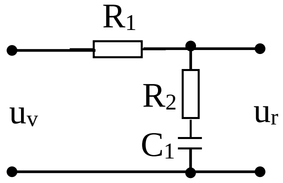
1.9. Bài tập

<u>Bài 1.1</u>: Viết phương trình vi phân mô tả quan hệ vào ra cho các mạch sau:

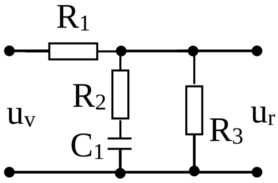
1.1.1)



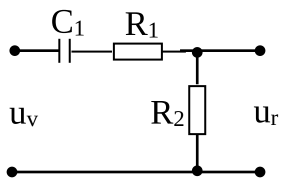
1.1.2)



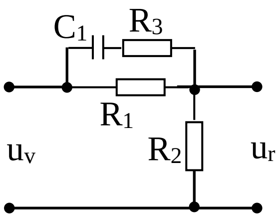
1.1.3)



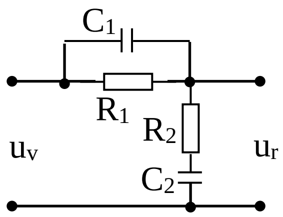
1.1.4)



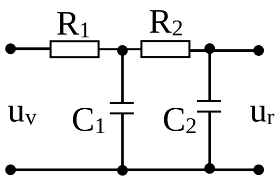
1.1.5)



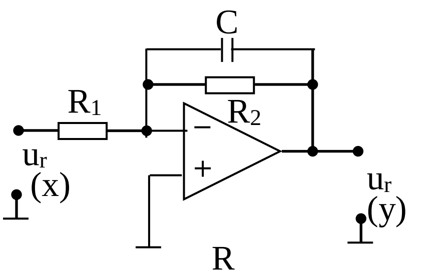
1.1.6)



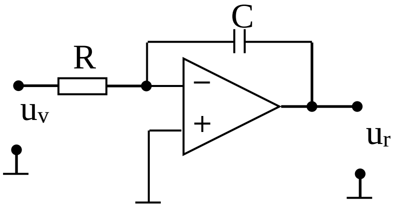
1.1.7)



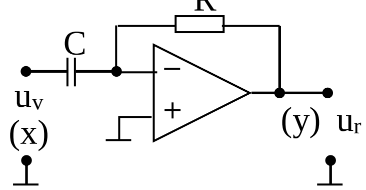
1.1.8)



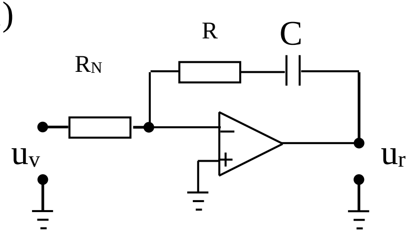
1.1.9)



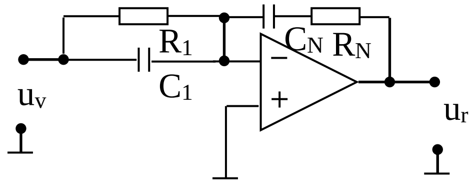
1.1.10)



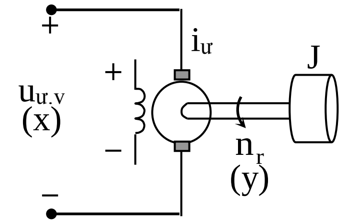
1.1.11)



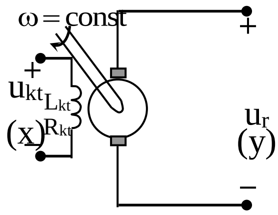
1.1.12)



1.1.13)



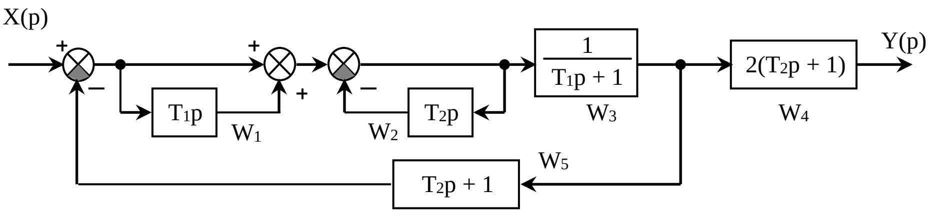
1.1.14)



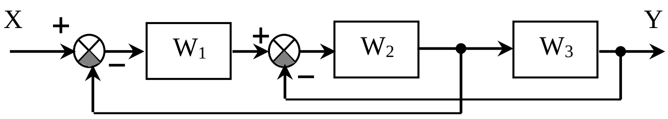
Với: $k=\dfrac{1}{k_e}$; $T_{dt}=\dfrac{L}{R}$; $T_{dc}=\dfrac{RJ}{k_m k_e \Phi}$ Với: $k=\dfrac{k_e}{R_{kt}}$; $T=\dfrac{L_{kt}}{R_{kt}}$; $u_r = k_e.i_{kt}$

<u>Bài 1.2</u>: Xác định hàm truyền $W(p)=\dfrac{Y(p)}{X(p)}$ cho các hệ sau:

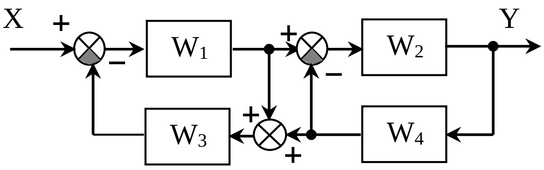
1.2.1)



1.2.2)



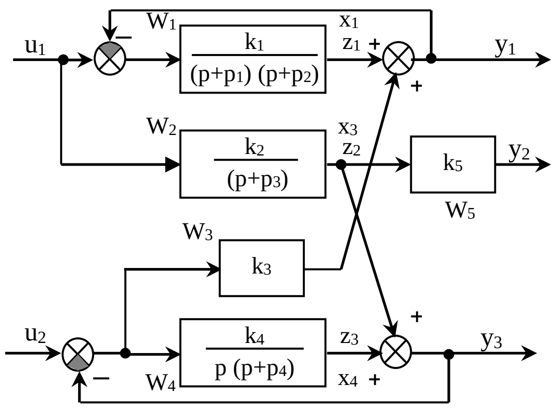
1.2.3)



1.2.4)

$$W_{ij}(p)=\frac{Y_j}{X_i}=?$$

$$(i=1,2;\ j=1,2,3)$$



<u>Bài 1.3</u>: Xác định y(t) đối với các hệ:

1.3.1) $W(p)=\dfrac{5(1-0,4p)}{(p+1)(0,2p+1)}$ 1.3.2) $W(p)=\dfrac{3(p^2+9p+18)}{(p^2+6p+8)}$

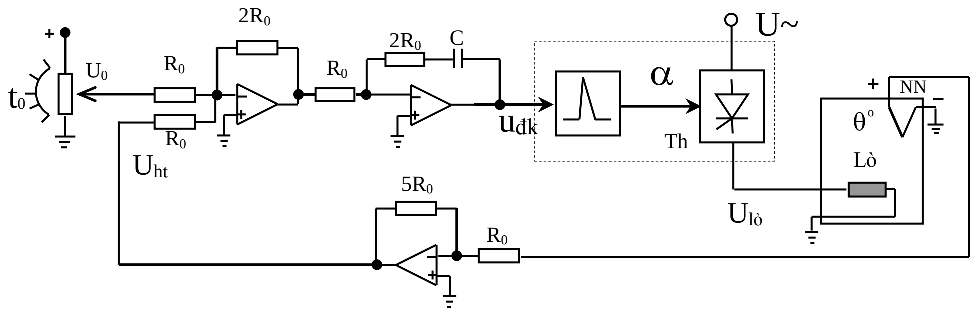
với $x(t) = 1(t)$ với $x(t) = e^{-t}$

1.3.3) $W_k(p) = \dfrac{5(p+1)}{2p^2 + 10p + 4,5}$ 1.3.4) $W_k(p) = \dfrac{100(p+1)}{(5p+1)(0,1p+1)}$

với $x(t) = 1(t)$ với $x(t) = \delta(t)$

Bài 1.4: Lập sơ đồ hàm truyền và xác định hàm truyền cho hệ có sơ đồ như hình:

1.4.1)



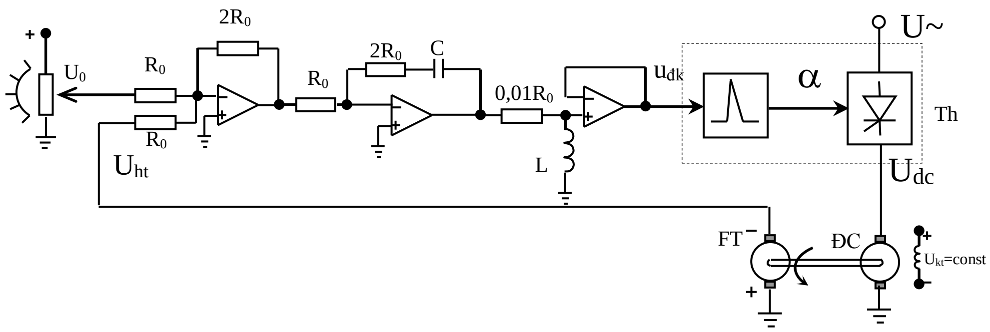
Biết: $R_0 = 100\ \Omega$; $C = 1000\ \mu F$;

Thyrstor Th: $k_{th} = 2$; $T_{th} = 0,01$ s ;

Lò: $k_{lò} = 1\ ^oC/V$; $T_{lò} = 5$ s ;

Nhiệt ngẫu NN: $k_{nn} = 0,2\ V/^oC$.

1.4.2)



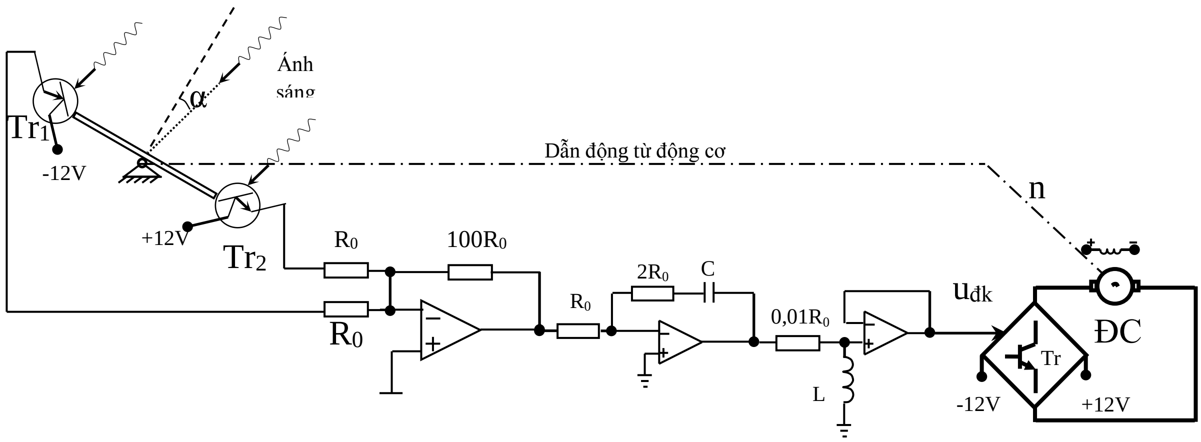
Biết: $R_0 = 100\ \Omega$; $C = 1000\ \mu F$; $L = 100$ mH ;

Thyrstor Th: $k_{th} = 2$; $T_{th} = 0,01$ s ;

Động cơ ĐC: $k_{dc} = 1$ (vòng/phút/V); $T_1 = 0,2$ (s); $T_2 = 1$ (s);

Máy phát tốc FT: $k_{ft} = 0,2$ (V/vòng/phút).

1.4.3)

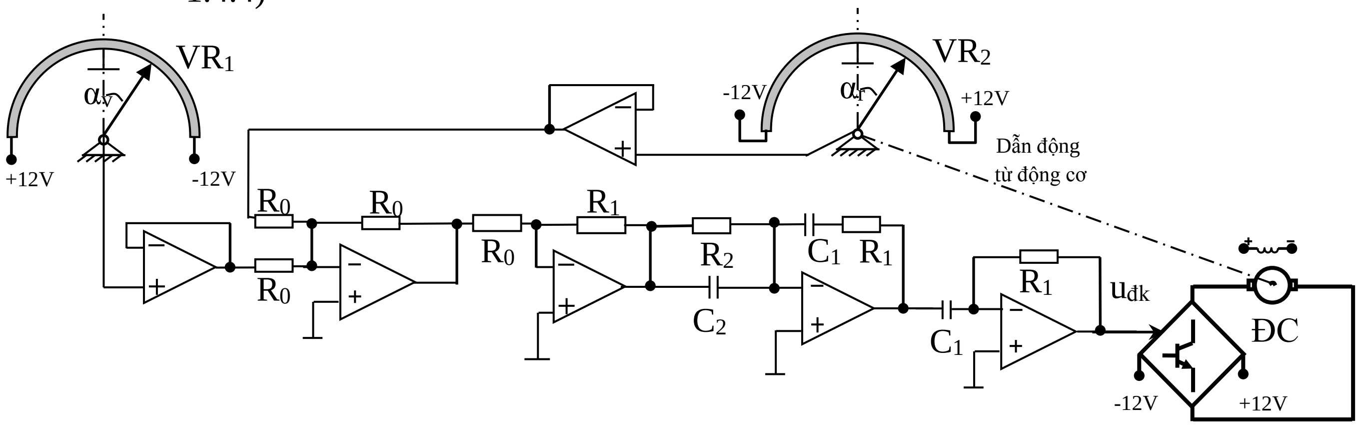


Biết: $R_0 = 100\ \Omega$; $L = 100$ mH ;

Mạch transistor Tr: $k_t = 20$; $T_t = 0{,}001$ s ;

Động cơ ĐC: $k_{dc} = 2$ (vòng/phút/V); $T_1 = 0{,}2$ (s); $T_2 = 0{,}5$ (s).

1.4.4)



Biết: $R_0 = 100\ \Omega$; $R_1 = 330\ \Omega$ $R_2 = 500\ \Omega$ $C_1 = 140\ \mu F$; $C_2 = 220\ \mu F$;

VR_1 và VR_2 là hai biến trở giống nhau với VR_1 làm nhiệm vụ đặt góc quay đầu vào (α_v), VR_2 làm nhiệm vụ đo và phản hồi âm góc quay đầu ra (α_r);

Mạch transistor gồm T_r xem gần đúng như một khâu quán tính:

$k_t = 20$; $T_t = k_{sv}.0{,}001$ s ;

Động cơ ĐC: $k_{dc} = 10$ rad/(s.V); $T_{dt} = 0{,}1$ s; $T_{dc} = 0{,}45$ s;

Bài 1.5: Vẽ đồ thị Bode?

1.5.1) $W_h(p) = \dfrac{100(5p+1)}{(10p+1)(p+1)(0{,}1p+1)}$ 1.5.2) $W_h(p) = \dfrac{100p(p+1)}{(5p+1)(2p+1)(0{,}1p+1)}$

1.5.3) $W_h(p) = \dfrac{100(p+1)}{p(10p+1)(0{,}2p+1)(0{,}1p+1)}$ 1.5.4) $W_h(p) = \dfrac{100p}{(p^2+6p+8)}$

Chương II. KHẢO SÁT TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐKTĐ

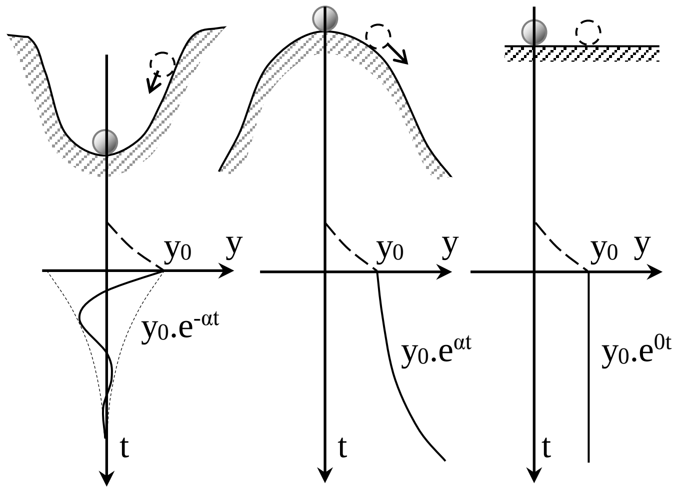
Mục tiêu học tập:

Khảo sát được hệ ĐKTĐ có làm việc ổn định không.

2.1. Khái niệm và tiêu chuẩn chung về ổn định

2.1.1. Ví dụ và định nghĩa về tính ổn định:

2.1.1.1. Ví dụ 1:



Hình 2.1

Trên hình 2.1 cho ba viên bi với ba vị trí khác nhau. Dễ nhận thấy rằng a) là trạng thái ổn định, b) là trạng thái không ổn định, c) là trạng thái trung gian.

- Trạng thái cân bằng: là trạng thái đứng yên của vật.
- Ổn định là sự tự trở lại trạng thái cân bằng ban đầu khi mất kích thích.

Nhận xét:

Đáp ứng thu được $y = y_0 e^{\pm\alpha t}$, nếu:

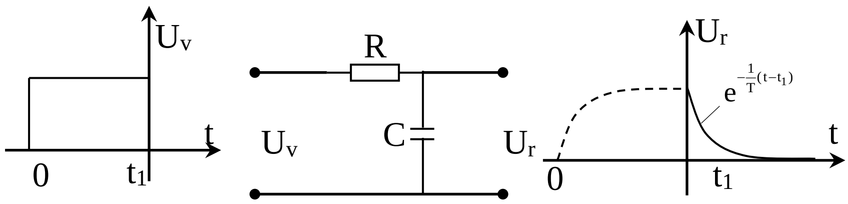
+ dấu "–" trước α thì hệ ổn định;

+ dấu "+" trước α thì hệ không ổn định;

+ α = 0 thì hệ ở trang thái biên giới ổn định.

2.1.1.2. Ví dụ 2:

Một mạng 4 cực RC có hàm truyền $W(p) = \dfrac{1}{Tp+1}$ với $T = RC$ như hình H 2.2.



Hình 2.2

Thông qua thiết bị đo ta biết được sau khi ngừng cấp nguồn U_v (mà đầu vào vẫn kín) thì đầu ra u_r giảm dần về 0 (trạng thái ban đầu). Vậy hệ ổn định.

Nhận xét:

Phương trình đặc trưng: $Tp + 1 = 0$

$$\rightarrow p = -\frac{1}{T} = -\alpha$$

Hệ ổn định khi các nghiệm của phương trình đặc trưng có phần thực đều âm.

2.1.2. Cơ sở toán học của ổn định:

Một hệ tự động có phương trình vi phân:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} + ... + a_1\frac{dy}{dt} + a_0 y =$$

$$= b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1}\frac{d^{m-1}x}{dt^{m-1}} + ... + b_1\frac{dx}{dt} + b_0 x$$

với $n \geq m$.

Nghiệm của phương trình:

$$y(t) = y_{xl}(t) + y_{qd}(t)$$

Trong đó:

$y_{xl}(t)$ là nghiệm đặc trưng cho quá trình xác lập,

$y_{qd}(t)$ là nghiệm đặc trưng cho quá trình quá độ.

Quá trình xác lập luôn ổn định vì năng lượng của hệ có giới hạn. Cho nên đánh giá tính ổn định chỉ cần căn cứ vào quá trình quá độ. Quá trình quá độ của hệ tuyến tính xác định bởi:

$$y_{qd}(t) = \sum_{i=1}^{n} C_i e^{p_i t}$$

mà p_i là nghiệm của phương trình đặc trưng:

$$f(p) = a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1} + ... + a_1 p + a_0 = 0$$

Để hệ ổn định thì quá trình quá độ phải tắt dần theo thời gian

$$\lim_{t\to\infty} y_{qd}(t) = 0 \qquad \rightarrow \qquad \sum_{i=1}^{n} C_i . \lim_{t\to\infty} e^{p_i t} = 0$$

Điều kiện cần và đủ để hệ ổn định là các nghiệm cực của phương trình đặc trưng có phần thực âm.

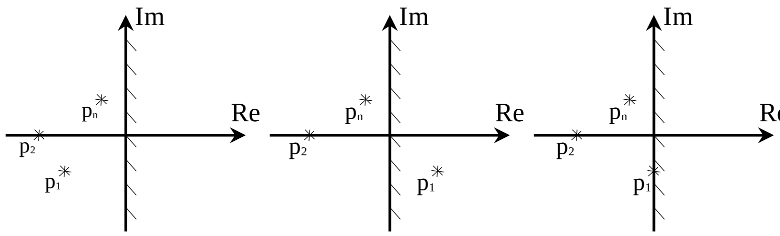
$p_i = \alpha_i + j\omega_i$ với $i = (\overline{1, n})$

thì $\alpha_i < 0$ với $\forall i = (\overline{1, n})$

2.1.3. Tiêu chuẩn chung:

2.1.3.1. Nội dung:

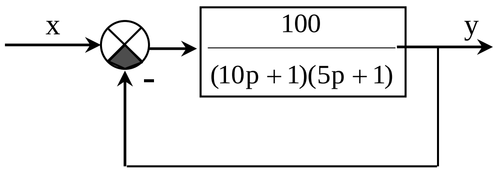
Hệ ổn định nếu tất cả các nghiệm của phương trình đặc trưng có phần thực âm, hay nằm bên trái trục ảo của mặt phẳng phức.



a) b) c)

Hình 2.3

a) Hệ ổn định;
b) Hệ không ổn định;
c) Hệ ở ranh giới của ổn định.



Hình 2.4

2.1.3.2. Ví dụ áp dụng:

Xét hệ sau:

Ta xet xem hệ hở có ổn định không và hệ kín có ổn định không?

»Hệ hở:

Hàm truyền:

$$W_h(p) = \frac{100}{(10p+1)(5p+1)}$$

Phương trình đặc trưng:

$$F_h(p) = (10p+1)(5p+1) = 0$$

$$p = -0.1 \qquad\qquad p = -0.2$$

Vậy hệ hở ổn định vì hai nghiệm đều có phần thực âm.

»Hệ kín:

Hàm truyền:

$$W(p) = \frac{100}{(10p+1)(5p+1)+100}$$

Phương trình đặc trưng:

$$F_k(p) = 50p^2 + 15p + 101 = 0$$

$$\Delta = 15^2 - 4.50.101 = -19975$$

$$p = -\frac{15}{100} + j\sqrt{19975} \qquad p = -\frac{15}{100} - j\sqrt{19975}$$

Vậy hệ kín ổn định vì hai nghiệm đều có phần thực âm.

2.2. Các tiêu chuẩn ổn định đại số

2.2.1. Tiêu chuẩn ổn định Hurwitz (Huốc vít):

Điều kiện cần và đủ để cho một hệ thống kín cũng như hở ổn định là các hệ số của phương trình đặc trưng đều dương và định thức Hurwitz dương.

»Từ mẫu của hàm truyền ta có phương trình đặc trưng:

$$f(p) = A(p) = a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0$$

Điều kiện: $a_i > 0$ $\quad (i = \overline{0,n})$

$\Delta_j > 0$ $\quad (j = \overline{2,n})$

Định thức Hurwitz được lấy từ ma trận hệ số. Cách thành lập theo ba bước sau:

B1: Theo đường chéo chính của ma trận ta điền các hệ số giảm dần từ a_{n-1}.

B2: Phía dưới đường chéo điền các hệ số tăng dần, phía trên đường chéo điền các hệ số giảm dần.

B3: Các hệ số phía trên a_n hoặc phía dưới a_0 đều bằng 0

$$\begin{pmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} & & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & a_{n-6} & \vdots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \vdots & 0 \\ 0 & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & & 0 \\ & \dots\dots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_0 \end{pmatrix}$$

Thành lập các định thức:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix} = a_{n-1}.a_{n-2} - a_n.a_{n-3} > 0$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{n-3}(a_{n-1}.a_{n-2} - a_n.a_{n-3}) - a_{n-1}(a_{n-1}.a_{n-4} - a_n.a_{n-5}) > 0$$

☼ Áp dụng:

a) Ví dụ 1:

Áp dung tiêu chuẩn ổn định Hurwitz cho ví dụ ở mục *1.3*. Với hệ kín ta có:

$$F_k(p) = 50p^2 + 15p + 101 = 0$$

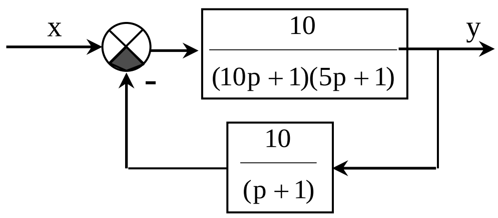
Các hệ số đều dương.

Xét định thức Hurwitz:

$$\begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 50 & 101 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 15 & 0 \\ 50 & 101 \end{vmatrix} = 15.101 - 50.0 > 0$$

Vậy hệ kín ổn định.



Hình 2.5

b) Ví dụ 2:

Khảo sát tính ổn định của hệ

2.2.2. Tiêu chuẩn ổn định Routh (Rao):

Với hệ có phương trình đặc trưng:

$$f(p) = A(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... + a_1 p + a_0 = 0$$

Điều kiện cần và đủ để hệ hở cũng như kín ổn định là các hệ số ở cột 1 của bảng Routh đều dương.

Bảng Routh được thành lập theo quy tắc sau:

B1: Hai hàng đầu tiên viết các hệ số theo quy tắc sau:

a_n	a_{n-2}	...	a_1
a_{n-1}	a_{n-3}	...	a_0

B2: Ở cột phụ, hệ số r_j ở hàng j được tính $r_j = C_{1j-2} / C_{1j-1}$

B3: Các hệ số C_{ij} khác ở cột i hàng j được tính $C_{ij} = C_{i+1j-2} - r_i C_{i+1j-1}$.

Bảng B 2.1

	Cột 1	Cột 2	Cột 3
Hàng 1	$C_{11} = a_n$	$C_{21} = a_{n-2}$	$C_{31} = a_{n-4}$
Hàng 2	$C_{12} = a_{n-1}$	$C_{22} = a_{n-3}$	$C_{32} = a_{n-5}$
$r_3 = C_{11}/C_{12}$	$C_{13} = C_{21} - r_3C_{22}$	$C_{23} = C_{31} - r_3C_{32}$	$C_{33} = C_{41} - r_3C_{42}$
$r_4 = C_{12}/C_{13}$	$C_{14} = C_{22} - r_4C_{23}$	$C_{24} = C_{32} - r_4C_{33}$	$C_{34} = C_{42} - r_4C_{43}$

*Nếu có chỉ một hệ số $C_{1j} < 0$, $j = \overline{1, n+1}$ thì hệ không ổn định.

☼ Một số ví dụ áp dụng:

a) Ví dụ 1:

Áp dung tiêu chuẩn ổn định Routh cho ví dụ ở mục 2.1.3. Với hệ kín ta có:

$$F_k(p) = 50p^2 + 15p + 101 = 0$$

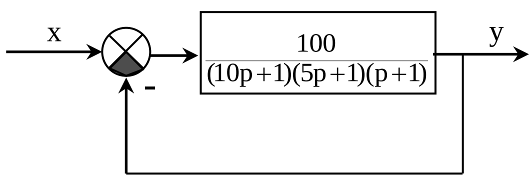
Bảng Routh:

Hàng 1	$C_{11} = 50$	$C_{21} = 101$
Hàng 2	$C_{12} = 15$	$C_{22} = 0$
$r_3 = C_{11}/C_{12}$=3,33	$C_{13} = C_{21} - r_3C_{22}$=101	$C_{23} = C_{31} - r_3C_{32}$=0

Vậy hệ kín ổn định.

b) Ví dụ 2:

Khảo sát tính ổn định của hệ

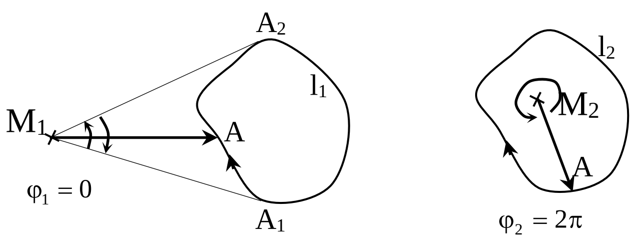


Hình 2.6

2.3. Các tiêu chuẩn ổn định theo tần số

2.3.1. Tiêu chuẩn ổn định Nyquist theo đường cong Nyquist:

2.3.1.1. Nguyên lý bao vây:



Khi cho A chuyển động trên đường cong l thành một vòng kín, thì vectơ MA quay được một góc φ.

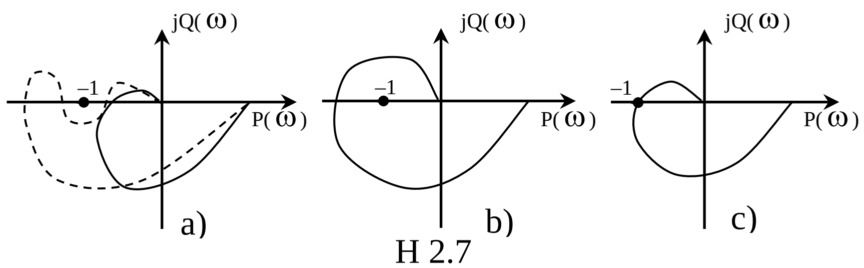
+ $\varphi_1 = 0$ nên gọi l_1 không bao vây lấy điểm M_1.

+ $\varphi_2 = 2\pi$ nên gọi l_2 bao vây lấy điểm M_2.

2.3.1.2. Phát biểu:

a) Khi hệ hở ổn định (hoặc ở giới hạn ổn định):

Hệ kín ổn định nếu hệ hở ổn định (hoặc ở giới hạn ổn định) và đường cong Nyquist của hệ hở không bao vây lấy điểm (-1;j0).

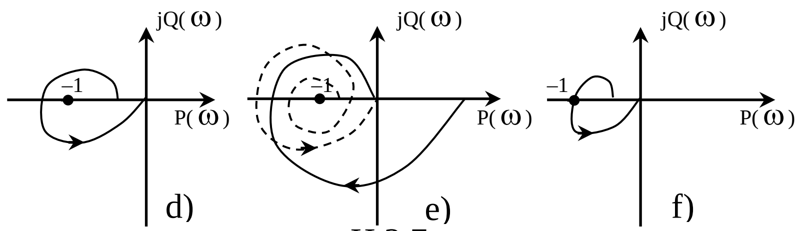


H 2.7

a) Hệ kín ổn định; b) Hệ kín không ổn định; c) Hệ kín ở giới hạn ổn định.

b) Khi hệ hở không ổn định:

Hệ kín ổn định nếu hệ hở không ổn định và đường cong Nyquist của hệ hở bao vây lấy điểm (-1;j0) m/2 vòng kín theo chiều dương (trong đó m là số nghiệm của phương trình đặc trưng của hệ hở có phần thực dương).(với m = 2)

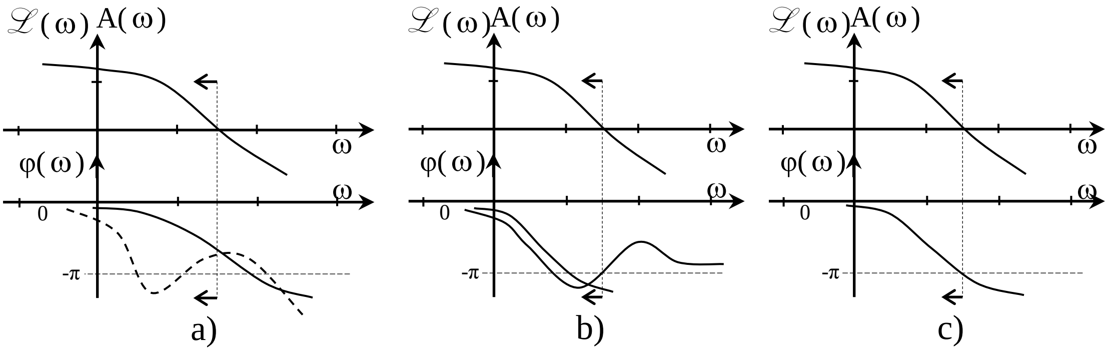


H 2.7

d) Hệ kín ổn định; e,f) Hệ kín không ổn định;

2.3.2. Tiêu chuẩn ổn định Nyquist theo đường cong Bode:

Hệ kín ổn định nếu hệ hở ổn định và ứng với tần số có $\mathscr{L}(\omega)>0$ thì $\varphi(\omega)$ không cắt trục $-\pi$ hay cắt với số lần chẵn.

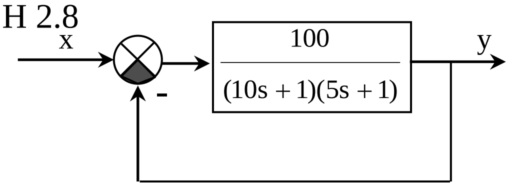


H 2.8

a) Hệ kín ổn định;

b) Hệ kín không ổn định;

Hệ kín ở ranh giới của ổn định



H 2.9

☼ Một số ví dụ áp dụng:

a) Ví dụ 1:

Hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{100}{(10p+1)(5p+1)}$$

Kiểm tra tính ổ định của hệ hở:

Phương trình đặc trưng:

$$F_k(p) = (10p+1).(5p+1) = 0$$

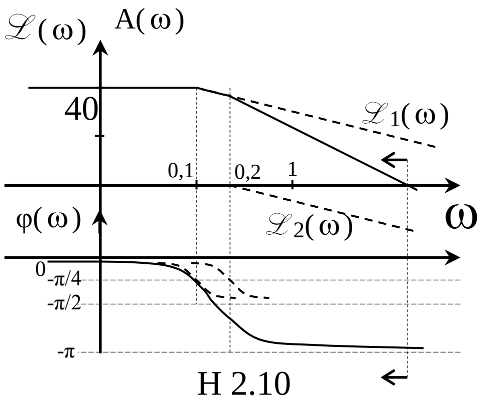
$$\rightarrow p = -0{,}1; \qquad p = -0{,}2$$

Vậy hệ hở ổn định.

Áp dụng tiêu chuẩn Nyquist theo đường cong Bode để kiểm tra tính ổn định của hệ kín.

Hệ gồm hai khâu quán tính có đặc tính xấp xỉ như hình H5.3 với tần số gãy:

$$\omega_1 = \frac{1}{10} = 0.1(s) \qquad \omega_2 = \frac{1}{5} = 0.2(s)$$



H 2.10

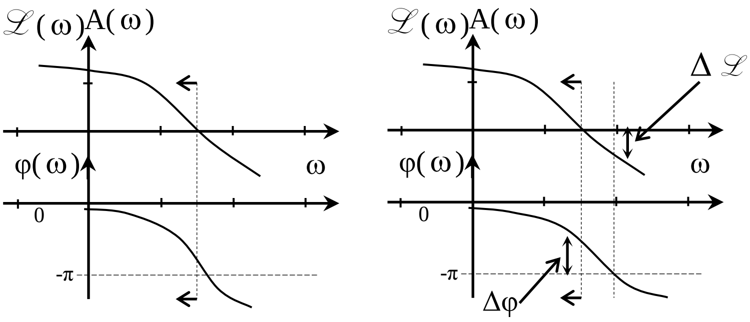
b) Ví dụ 2:

Khảo sát tính ổn định của hệ

Vậy hệ kín ổn định

2.4. Độ dự trữ ổn định

Đánh giá độ dự trữ ổn định thông qua đường cong Bode.



a) H 2.11 b)

a) Kém ổn định.
b) Ổn định hơn.

Thường độ dự trữ $\Delta\varphi$ và $\Delta \mathscr{L}$ khoảng:

$\Delta\varphi = 30 - 50$ %

$\Delta \mathscr{L} = 15$ db

2.5. Bài tập

Khảo sát tính ổn định của các hệ ĐKTĐ sau:

2.1) Cho hệ ĐKTĐ có hồi tiếp âm đơn vị với hàm truyền của hệ hở là

$$W_h(p) = \frac{100(2p+1)}{(5p+1)(p+1)(0,1p+1)}$$

2.2) Cho hệ ĐKTĐ có hồi tiếp âm đơn vị với hàm truyền của hệ hở là

$$W_h(p) = \frac{10}{50p^5 + 35p^4 + 40p^3 + 20p^2 + 10p + 2}$$

2.3) Cho hệ ĐKTĐ có hồi tiếp âm đơn vị với hàm truyền của hệ hở là

$$W_h(p) = \frac{100p}{(p^2 + 6p + 8)}$$

2.4) Cho hệ ĐKTĐ có hồi tiếp âm đơn vị với hàm truyền của hệ hở là

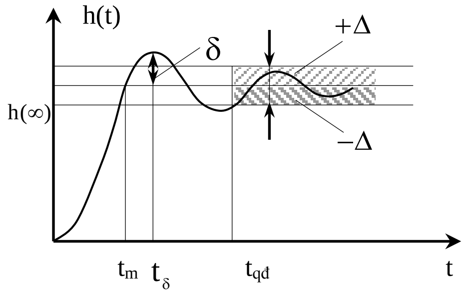
$$W_h(p) = \frac{5(p+1)}{2p^2 + 10p + 4,5}$$

Chương III. ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG ĐKTĐ

Mục tiêu học tập:

Đánh giá được hệ ĐKTĐ có chất lượng tốt không.

3.1. Các chỉ tiêu về chất lượng



H 3.2

Đồ thị biểu diễn đáp ứng là hàm quá độ h(t) theo tín hiệu vào là hàm 1(t) đối với các hệ ĐKTĐ.

3.1.1. Các chỉ tiêu về chất lượng ở chế độ xác lập:

+Sai lệch tĩnh:

Sai lệch tĩnh cho biết độ chính xác của hệ khi xác lập, được tính theo định lí tới hạn:

$$e_{ss} = e(\infty) = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to 0} p.E(p) \qquad (3.1)$$

Mà ta có:

$$W_e(p) = \frac{E(p)}{X(p)} = \frac{1}{1+W(p)}$$

Vậy:

$$e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to 0} p\cdot\frac{1}{1+W(p)}\cdot X(p)$$

3.1.2. Các chỉ tiêu về chất lượng ở chế độ quá độ:

3.1.2.1. Lượng quá điều chỉnh:

Lượng quá điều chỉnh được xác định bởi trị số cực đại của hàm quá độ so với trị số xác lập của nó:

$$\sigma\% = \frac{h_{max} - h(\infty)}{h(\infty)}\cdot 100 \qquad (3.3)$$

3.1.2.2. Thời gian quá độ:

Thời gian quá độ $t_{qđ}$ được xác định bởi thời điểm mà hàm quá độ h(t) không vượt ra khỏi biên giới của vùng giới hạn $\pm\Delta$ lân cận trị số xác lập.

Thường $\Delta = \pm(2 \div 5)\%.h(\infty)$.

3.1.2.3. Thời gian đáp ứng:

Thời gian đáp ứng t_m được xác định bởi thời điểm mà hàm quá độ h(t) lần đầu tiên đạt trị số xác lập $h(\infty)$ khi có quá điều chỉnh.

3.1.2.4. Số lần dao động:

Số lần dao động N được tính bởi số lần mà hàm quá độ h(t) dao động quanh trị số xác lập $h(\infty)$ trong thời gian quá độ ($0<t<t_{qđ}$).

3.2. Đánh giá chất lượng hệ thống ở chế độ xác lập

Nếu có tín hiệu đầu vào là x(t) thì sai lệch tĩnh được xác định bởi:

$$e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to 0} p \cdot \frac{1}{1+W(p)} \cdot X(p)$$

$$X(p) = \frac{1}{p}$$

3.2.1. Tín hiệu vào: x(t) = 1(t)

3.2.1.1. Hệ là khâu quán tính:

$$W(p) = \frac{k}{Tp+1}$$

$$=> \quad e_{ss} = \lim_{p\to 0} p \cdot \frac{1}{1+\dfrac{k}{Tp+1}} \cdot \frac{1}{p} = \lim_{p\to 0} \frac{Tp+1}{Tp+k+1}$$

$$=> \quad e_{ss} = \frac{1}{k+1} \qquad (3.4)$$

3.2.1.2. Hệ là khâu quán tính cùng với một khâu tích phân:

$$W(p) = \frac{k}{(Tp+1)p}$$

$$=> \quad e_{ss} = \lim_{p\to 0} p \cdot \frac{1}{1+\dfrac{k}{(Tp+1)p}} \cdot \frac{1}{p} = \lim_{p\to 0} \frac{(Tp+1)p}{(Tp+1)p+k}$$

$$=> \quad e_{ss} = 0 \qquad (3.5)$$

3.2.2. Tín hiệu vào: x(t) = t

$$X(p) = \frac{1}{p^2}$$

3.2.2.1. Hệ là khâu quán tính:

$$W(p) = \frac{k}{Tp+1}$$

$$=> \quad e_{ss} = \lim_{p\to 0} p \cdot \frac{1}{1+\dfrac{k}{Tp+1}} \cdot \frac{1}{p^2} = \lim_{p\to 0} \frac{Tp+1}{(Tp+k+1)p}$$

$=> e_{ss} = \infty$ (3.6)

3.2.2.2. Hệ là khâu quán tính cùng với một khâu tích phân:

$$W(p) = \frac{k}{(Tp+1)p}$$

$$=> \quad e_{ss} = \lim_{p\to 0} p \cdot \frac{1}{1+\dfrac{k}{(Tp+1)p}} \cdot \frac{1}{p^2} = \lim_{p\to 0} \frac{Tp+1}{(Tp+1)p+k}$$

$$=> e_{ss} = \frac{1}{k}$$

⊗ <u>**Nhận xét chung**</u>:

Như đã biết ở trên, khâu tích phân và hệ số khuếch đại có ảnh hưởng lớn đến sai lệch tĩnh, nên tách riêng hai thành phần này trong hàm truyền của hệ. ta có dạng chung:

$$W(p) = \frac{k}{p^r} \cdot \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0}{a_n p^m + a_{n-1} p^{m-1} + \ldots + a_1 p + a_0}$$

r gọi là bậc vô sai của hệ (chính là số khâu tích phân).

Ta có bảng tổng kết sau:

Bảng B 3.1

x(t) \ r	r = 0	r = 1	r = 2
$x(t) = 1(t)$; $X(p) = \frac{1}{p}$	$\frac{1}{1+k_p}$	0	0
$x(t) = t$; $X(p) = \frac{1}{p^2}$	∞	$\frac{1}{k_v}$	0
$x(t) = \frac{1}{2}t^2$; $X(p) = \frac{1}{p^3}$	∞	∞	$\frac{1}{k_a}$

Trong đó:

Khi $x(t) = 1(t)$ thì $k = k_p$

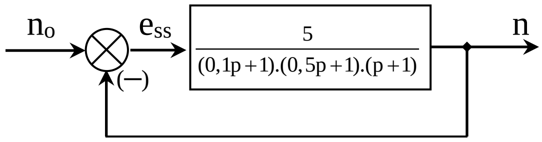
Khi $x(t) = t$ thì $k = k_v$

Khi $x(t) = \frac{1}{2}t$ thì $k = k_a$

3.2.3. Ví dụ áp dụng

3.2.3.1. Ví dụ 3-1:

Cho một hệ điều chỉnh tốc độ có sơ đồ hàm truyền như hình sau:



H 3.3

Muốn điều chỉnh n = 1000 vòng/phút. Hỏi hệ đạt bao nhiêu vòng/phút.

Trả lời:

Sai số điều chỉnh e_{ss}:

$$e_{ss} = \lim_{p\to 0} p \cdot \frac{1}{1+\dfrac{5}{(0,1p+1).(0,5p+1).(p+1)}} \cdot \frac{1}{p}$$

$$= \lim_{p\to 0} \frac{(0,1p+1).(0,5p+1).(p+1)}{(0,1p+1).(0,5p+1).(p+1)+5} = \frac{1}{6}$$

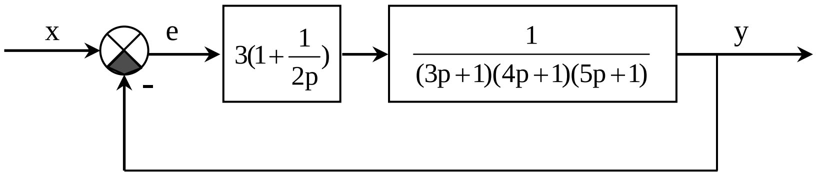
=> $e_{ss} = 16,7\%$

Vậy:

$n_t = (1-e_{ss})n = (1-0,167).1000 = 833$ (vòng/phút)

3.2.3.2. Ví dụ 3.2:

Xác định sai lệch tĩnh của hệ thống có sơ đồ hàm truyền mô tả ở hình H 3.4 với tín hiệu vào x = 12 và x = 0,6t.



H 3.4

Trả lời:

Hàm truyền của hệ hở:

$$W_h(p) = \frac{3(2p+1)}{2p(3p+1)(4p+1)(5p+1)}$$

$$W_h(p) = \frac{1,5}{p} \cdot \frac{2p+1}{(3p+1)(4p+1)(5p+1)}$$

Vậy: hệ số khuếch đại k = 1,5;

bậc vô sai tĩnh r = 1.

Theo kết quả phân tích ở trên ta có kết luận:

+ Khi x(t) = 12 thì sai lệch tĩnh $e_{ss} = 0$;

+ Khi x(t) = 0,6t thì sai lệch tĩnh $e_{ss} = \frac{0,6}{1,5} = 0,4 = 40\%$.

3.3. Đánh giá chất lượng hệ thống ở tráng thái quá độ

3.3.1. Đánh giá theo sự phân bố nghiệm của phương trình đặc tính:

Phương trình đặc tính

$$f(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0 = 0$$

Hệ ổn định nên tất cả các nghiệm đều là nghiệm trái.

+ Nếu tất cả các nghiệm đều phân bố trên trục thực (chỉ có nghiệm thực) thì hệ không dao động.

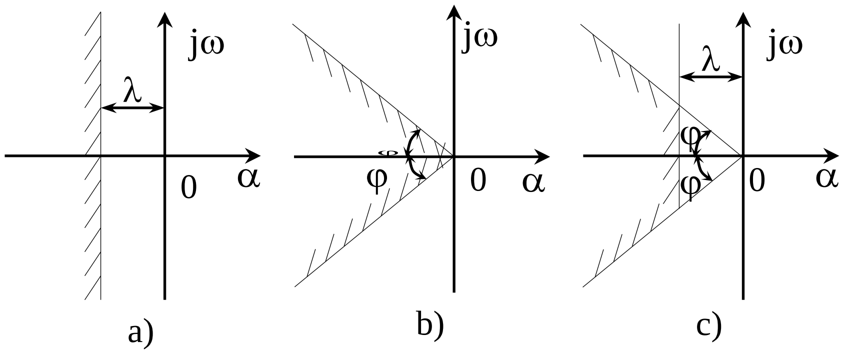
+ Nếu có nghiệm nằm ngoài trục thực thì sẽ dao động.

3.3.1.1. Đánh giá theo vùng phân bố nghiệm:

Đặt:

+ λ là giá trị phần thực của nghiệm số gần trục ảo nhất. Đây còn gọi là hệ số tắt dần hay mức độ ổn định của hệ thống.

+ m = - cotg φ được gọi là mức độ dao động của hệ thống.



H 3.5

Vùng gạch sọc chỉ vùng phân bố nghiệm của hệ.

3.3.1.2. Đánh giá theo vùng giới hạn các tham số hệ thống

+ Ta chọn trước mức độ ổn định (λ) và mức độ dao động (m) của hệ thống.

+ Thế $p = -\lambda + j\omega$ vào phương trình đặc trưng của hệ thống và tiến hành phân vùng như miền D.

Vùng nào có số lần gạch sọc nhiều hơn thì hệ có mức độ ổn định cao hơn.

+ Thế $p = \omega(m + j)$ (khi ω thay đổi từ $-\infty \to 0$)

$p = \omega(-m + j)$ (khi ω thay đổi từ $0 \to +\infty$)

vào phương trình đặc trưng của hệ và tiến hành phân vùng như miền D.

Vùng nào có số lần gạch sọc nhiều hơn thì hệ sẽ ít dao động hơn.

3.3.2. Đánh giá theo đặc tính tần biên pha (TBP) của hệ hở:

Hàm truyền của hệ thống kín

$$W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)}$$

Trong đó $W_h(p)$ là hàm truyền của hệ hở.

Đặc tính biên tần (BT) của hệ kín được xác định

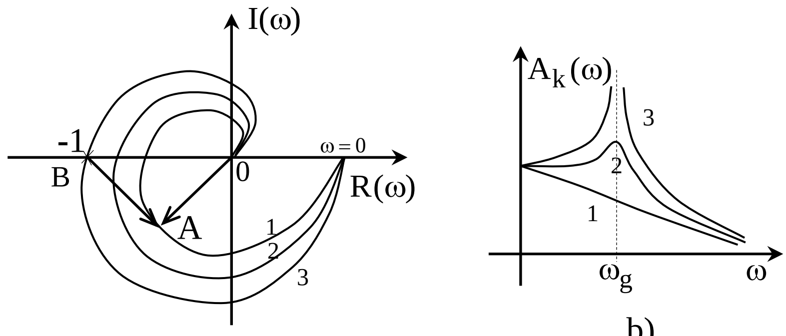
$$A_k(p) = \frac{|W_h(j\omega)|}{|1 + W_h(j\omega)|} \tag{3.8}$$

Trong công thức (3.8) thì

* tử số là độ dài của vectơ $\overrightarrow{OA}$
* mẫu số độ dài của vectơ $\overrightarrow{BA}$

của đặc tính tần biên pha (TBP) của hệ hở (hình H 3.6a).

Đặc tính biên tần hệ kín (hình H 3.6b) luôn tồn tại một tần số ω_g nào đó mà biên độ A_k đạt cực đại.



H 3.6

Đường (1) hệ ổn định và không dao động.

Đường (2) hệ có độ dự trữ ổn định kém hơn (1) và dao động.

Đường (3) hệ không ổn định và A_k đạt giá trị rất lớn.

Từ hai đặc tính trên ta có nhận xét: đặc tính TBP của hệ hở càng cách xa điểm B(-1,j0) thì hệ càng ổn định và ít dao động.

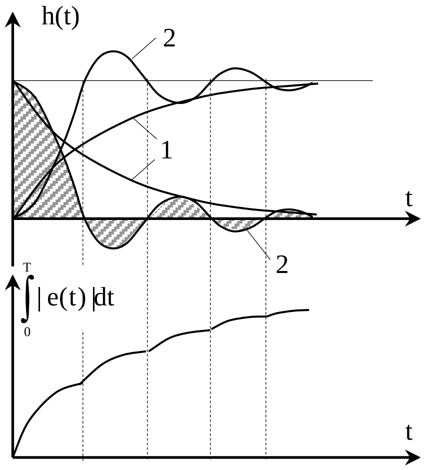
Ví dụ:

Cho hệ thống có hồi tiếp âm đơn vị với hàm truyền của hệ hở

$$W_h(p) = \frac{k}{(p+1)(2p+1)(3p+1)}$$

Xây dựng đồ thị mô tả phân vùng mức độ ổn định λ và đồ thị mô tả phân vùng mức độ dao động m.

3.4. Đánh giá chất lượng hệ thống theo phương pháp hỗn hợp



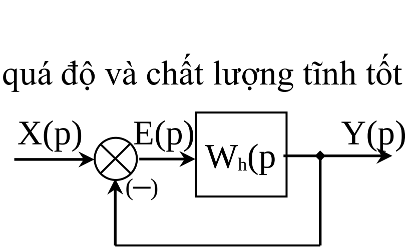
H 3.7

Sơ đồ hình H 1.3.4 thể hiện hàm quá độ h(t) và sai lệch tĩnh e(t) = 1(t) – h(t) cho hai trường hợp: quá độ phi chu kỳ (đường 1); quá độ có dao động (đường 2).

Chỉ tiêu chất lượng:

$$J_0 = \int_0^\infty e(t)dt \to \min$$

bao gồm chất lượng quá độ và chất lượng tĩnh tốt nhất.



H 3.1'

Khi $J_0 \to \min$ thì $\begin{cases} t_{qd} \to \min \\ e_{ss} \to \min \end{cases}$

Nếu hệ có dao động thì không dùng được tiêu chuẩn này.

Chỉ tiêu chất lượng:

$$J_1 = \int_0^{\infty} |e(t)|\,dt \to \min$$

Khi $J_1 \to \min$ thì $\begin{cases} t_{qd} \to \min \\ e_{ss} \to \min \\ \sigma\% \to \min \end{cases}$

Chỉ tiêu chất lượng:

$$J_2 = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt \to \min$$

Khi $J_2 \to \min$ thì $\begin{cases} t_{qd} \to \min \\ e_{ss} \to \min \\ \sigma\% \to \min \end{cases}$

Giá trị tích phân này có thể tính thông qua chuyển đổi Furie của e(t) theo công thức Reili:

$$J_2 = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e(j\omega)^2 d\omega = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} e(j\omega)^2 d\omega$$

Chỉ tiêu chất lượng:

$$J_5 = \int_0^{\infty}\left[e^2 + \alpha^2\left(\frac{de}{dt}\right)^2\right]dt \to \min$$

Trong đó:

$$\frac{t_{qd}}{6} < \alpha < \frac{t_{qd}}{3}$$

Chương IV. TỔNG HỢP HỆ THỐNG ĐKTĐ

Mục tiêu học tập:

1. Hệ thống hóa kiến thứ về các hệ ĐKTĐ.
2. Hiệu chỉnh được hệ thống ĐKTĐ đã có.
3. Thiết kế được một số hệ thống ĐKTĐ.

4.1. Nguyên lý hiệu chỉnh

4.1.1. Một số nhận định chung:

Phương trình đặc trưng của hệ thống ĐKTĐ

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... + a_1 p^1 + a_0 = 0 \qquad (4.1)$$

+ Nếu các hệ số của (4.1) từ a_0 đến a_n đều khác không, thì ta có thể điều chỉnh các thông của hệ để hệ ổn định và đạt được chất lượng theo yêu cầu.
+ Nếu các hệ số của (4.1) từ a_0 đến a_n có hệ số bằng không, khi đó ta phải thay đổi cấu trúc của hệ thống bằng cách thêm các khâu hiệu chỉnh để hệ ổn định và đạt được chất lượng theo yêu cầu.

4.1.2. Tổng hợp hệ thống bằng cách thay đổi thông số:

Trong hệ thống thường chỉ có một vài thông số có thể điều chỉnh được, đó là các hằng số thời gian và hệ số khuếch đại.

Ta xác định miền biến thiên của thông số đó mà vẫn bảo đảm cho hệ ổn định.

Dựa vào phương pháp đánh giá chất lượng và các chỉ tiêu đã có ta sẽ xác định được giá trị của các thông số đó.

Để giảm sai lệch tĩnh, nghĩa là tăng độ chính xác của hệ thống ta có thể tăng hệ số khuếch đại trong giới hạn có thể.

Với hệ thống chỉ có một thông số biến thiên ta có thể dùng một trong ba phương pháp sau:

1- Thay đổi thông số theo tính toán ổn định bằng tiêu chuẩn ổn định đại số Hurwitz hoặc Routh;
2- Dùng phương pháp chia miền ổn định;
3 - Dùng phương pháp quỹ đạo nghiệm số.

<u>Ví dụ 4-1</u>: Cho hệ thống điều khiển có phương trình đặc trưng sau:

$$0,05p^3 + (0,5T + 0,01)p^2 + (T + 0,5)p + 20 = 0$$

Hãy xác định giá trị của hằng số thời gian T để hệ ổn định.

Trả lời:

Theo tiêu chuẩn Hurwitz, hệ thống ổn định thì các hệ số

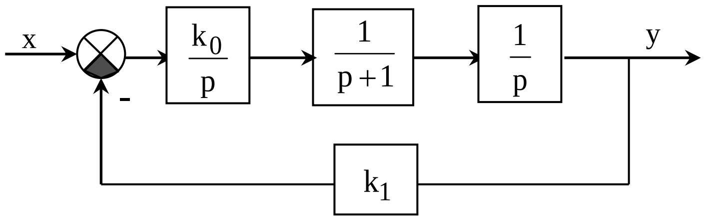
$$a_3 = 0,05$$
$$a_2 = 0,5T + 0,01 > 0$$
$$a_1 = T + 0,5 > 0$$
(hiển nhiên vì T > 0)
$$a_0 = 20$$
và $a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$

=> $(0,5T + 0,01)(T + 0,5) - 20.0,05 > 0$

Từ đó ta giải ra T > 0,24 thì hệ thống ổn định.

4.1.3. Tổng hợp hệ thống bằng cách thay đổi cấu trúc:

Ví dụ 4-2: Xét hệ điều khiển được mô tả bởi sơ đồ hàm truyền



H 4.1 vd4.2.a

Hàm truyền của hệ kín

$$W_k(p) = \frac{k_0}{p^3 + p^2 + k_0 k_1}$$

Phương trình đặc trưng:

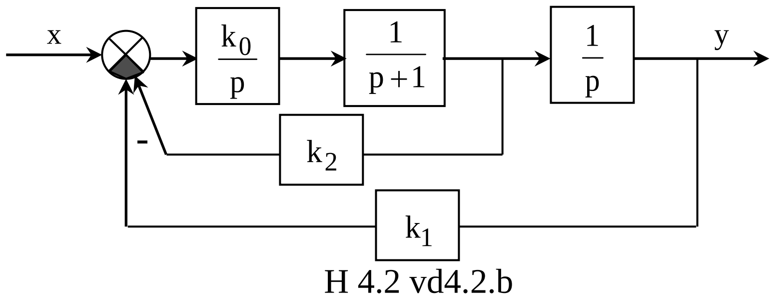
$$p^3 + p^2 + k_0 k_1 = 0$$

Trong phương trình trên thì các hệ số

$a_3 = 1$; $a_2 = 1$; $a_1 = 0$; $a_0 = k_0 k_1 > 0$

Vì $a_1 = 0$ nên hệ không ổn định.

Ta thay đổi cấu trúc của hệ bằng cách mắc thêm một khâu hồi tiếp vây lấy một khâu tích phân như hình sau



H 4.2 vd4.2.b

Hàm truyền của hệ kín

$$W_k(p) = \frac{k_0}{p^3 + p^2 + k_0 k_2 p + k_0 k_1}$$

Phương trình đặc trưng:

$$p^3 + p^2 + k_0k_2p + k_0k_1 = 0$$

Trong phương trình trên thì các hệ số

$a_3 = 1$; $a_2 = 1$; $a_1 = k_0k_2 > 0$; $a_0 = k_0k_1 > 0$

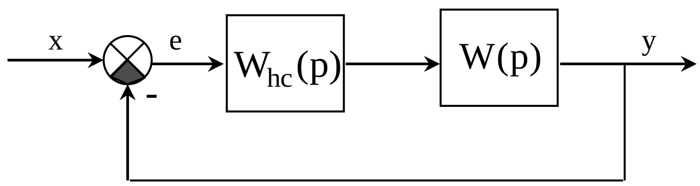
Các hệ số đều dương, theo tiêu chuẩn ổn định Hurwitz thì

$a_1a_2 - a_0a_3 = k_0k_2 - k_0k_1 > 0$

=> $k_2 > k_1$ thì hệ ổn định.

4.2. Chọn khâu hiệu chỉnh

4.2.1. Hiệu chỉnh nối tiếp:



H 4.3

Trong đó:

$W_{hc}(p)$ là khâu hiệu chỉnh ta mắc thêm vào hệ.

W(p) là hàm truyền của hệ hở.

Nếu chọn đúng khâu hiệu chỉnh hệ sẽ có chất lượng mong muốn với hàm truyền của hệ hở sau hiệu chỉnh

$$W_m(p) = W_{hc}(p).W(p)$$

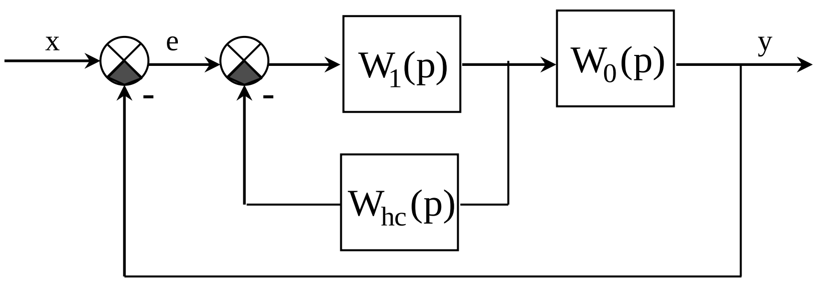
Theo đặc tính tần số logaric thì

$\mathscr{L}_m(\omega) = \mathscr{L}_{hc}(\omega) + \mathscr{L}(\omega)$

Do đó khâu hiệu chỉnh được xác định bởi

$$\mathscr{L}_{hc}(\omega) = \mathscr{L}_m(\omega) - \mathscr{L}(\omega) \qquad (4.1)$$

4.2.2. Hiệu chỉnh hồi tiếp cục bộ:



H 4.4

Ta phân hàm truyền vốn có của hệ thành hai

$$W(p) = W_0(p).W_1(p)$$

Hàm truyền của hệ hở sau hiệu chỉnh

$$W_m(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_{hc}(p).W_1(p)} \cdot W_0(p)$$

Trong phạm vi mà

$$|W_{hc}(p).W_1(p)| >> 1$$

ta có

$$W_m(p) \approx \frac{W_0(p)}{W_{hc}(p)}$$

Theo đặc tính tần số logaric thì

$$\mathscr{L}_m(\omega) = \mathscr{L}_0(\omega) - \mathscr{L}_{hc}(\omega)$$

Do đó khâu hiệu chỉnh được xác định bởi

$$\mathscr{L}_{hc}(\omega) = \mathscr{L}_0(\omega) - \mathscr{L}_m(\omega) \qquad (4.2)$$

Nhận xét:

$W_1(p)$ là thành phần chứa các thông số quyết định đến tính không ổn định của hệ, thường là những phần tử tính toán không chính xác hoặc thông số có thể biến đổi trong quá trình vận hành hoặc có những phần tử phi tuyến đã được tuyến tính hóa gần đúng,v.v... khi đó những ảnh hưởng đó đối với hệ sẽ không đáng kể.

4.2.3. Trình tự chọn khâu hiệu chỉnh:

4.2.3.1. Theo cấu trúc và thông số vốn có của hệ W(p) mà vẽ

+ $\mathscr{L}(\omega)$ cho trường hợp hiệu chỉnh nối tiếp;

+ $\mathscr{L}_0(\omega)$ cho trường hợp hiệu chỉnh hồi tiếp cục bộ.

4.2.3.2. Theo chất lượng mong muốn cho trước vẽ $\mathscr{L}_m(\omega)$ (sẽ có được sau khi hiệu chỉnh đúng).

a) Xác định tần số cắt ω_c:

Đặc tính mong muốn (dạng đặc tính mẫu như ở hình H4.5).

Mối liên hệ giữa

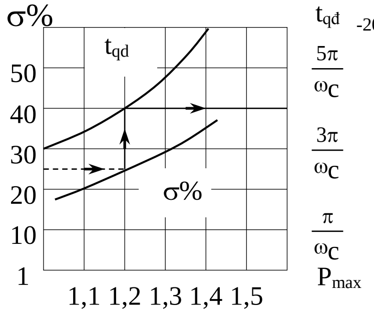
* ω_c tần số cắt,

* $\sigma\%$ lượng quá điều chỉnh,

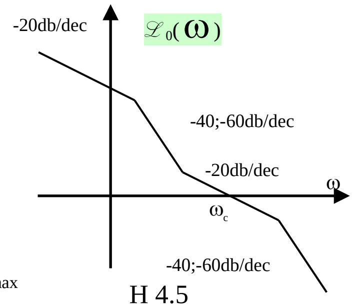
* $t_{qđ}$ thời gian quá độ,

* P_{max} trị số cực đại của phần thực đặc tính tần biên pha của hệ kín thể hiện ở hình H 4.4.

Từ $\sigma\%$ và $t_{qđ}$ tra đặc tính ở



H 4.4



H 4.5

hình H 4.4 xác định ω_c.

Ví dụ với $\sigma\% = 25\%$ theo mũi tên ở hình H 4.4, ta xác định được $t_{qđ} = \dfrac{4\pi}{\omega_c}$.

b) Qua ω_c vẽ một đoạn thẳng với độ nghiêng -20db/dec (như hình H 4.5), với độ dài khoảng ½ decac về mỗi phía. Chú ý bảo đảm độ dự trữ về biên độ $\mathscr{L}_{dt}$ 8 ÷ 10 db.

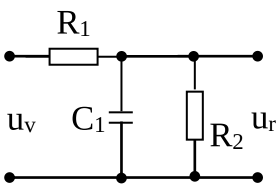
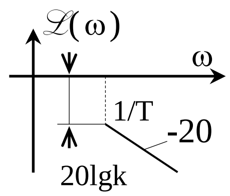
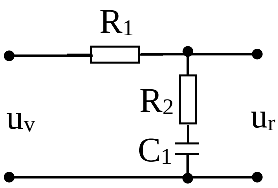
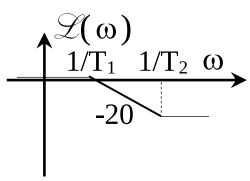
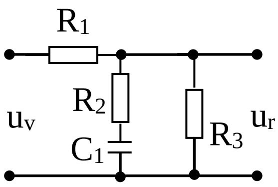
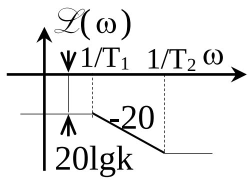
c) Vẽ $\mathscr{L}_m(\omega)$

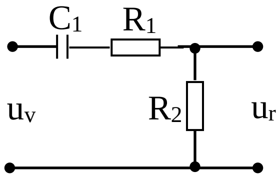
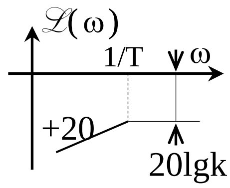
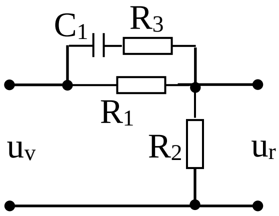
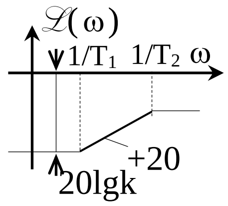
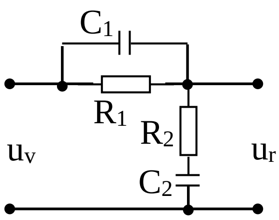
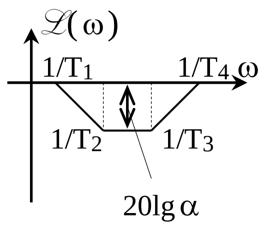
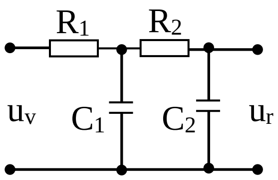
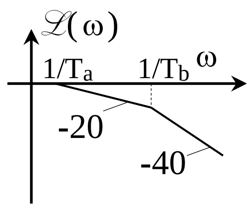
+ Ở phần hạ tần sao cho không làm giảm hệ số khuếch đại của hệ, nhưng cần đơn giản.

+ Ở phần cao tần nên ưu tiên đến tính đơn giản.

4.2.3.3. Xác định khâu hiệu chỉnh theo (4.1) hoặc (4.2) và theo bảng B 4.1 để chọn khâu hiệu chỉnh, tính chọn các thông số theo đó.

4.2.3.4. Mắc khâu hiệu chỉnh vào hệ thống.

Sơ đồ mạch	Đặc tính $\mathscr{L}_{hc}(\omega)$	Hàm truyền
		$W_{hc}(p) = \dfrac{k}{Tp+1}$ $T = \dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}C_1$ $k = \dfrac{R_2}{R_1+R_2}$
		$W_{hc}(p) = \dfrac{T_2p+1}{T_1p+1}$ $T_1 = (R_1+R_2)C_1$ $T_2 = R_2C_1$
		$W_{hc}(p) = k\cdot\dfrac{T_2p+1}{T_1p+1}$ $T_1 = (R_2 + \dfrac{R_1R_3}{R_1+R_3})C_1$ $T_2 = R_2C_1$ $k = \dfrac{R_3}{R_1+R_3}$

		$W_{hc}(p)=\dfrac{kTp}{Tp+1}$ $T=(R_1+R_2)C_1$ $k=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}$
		$W_{hc}(p)=k\cdot\dfrac{T_1p+1}{T_2p+1}$ $T_1=(R_1+R_2)C_1$ $T_2=(R_3+\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2})C_1$ $k=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}$
		$W_{hc}(p)=\dfrac{(T_2p+1)(T_3p+1)}{(T_1p+1)(T_4p+1)}$ $T_1T_4=T_2T_3$ $T_2=R_2C_2\ ;\ T_3=R_1C_1$ $\alpha=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}$ $T_1=\dfrac{1}{\alpha}T_2\ ;\ T_4=\alpha T_3$
		$W_{hc}(p)=\dfrac{1}{T_1T_2p^2+(T_1+T_2+R_1C_2)p+1}$ $T_1=R_1C_1\ ;\ T_2=R_2C_2$ Với $R_1C_2\ll T_1+T_2$ thì $T_a=T_1\quad ;\ T_b=T_2$

4.3. Chọn bộ hiệu chỉnh

4.3.1. Phân loại bộ hiệu chỉnh:

4.3.1.1Theo chức năng:

+ Bộ điều chỉnh tỷ lệ (P)
+ Bộ điều chỉnh tích phân (I)
+ Bộ điều chỉnh tỷ lệ tích phân (PI)
+ Bộ điều chỉnh tỷ lệ vi phân (PD)
+ Bộ điều chỉnh tỷ lệ vi tích phân (PID)

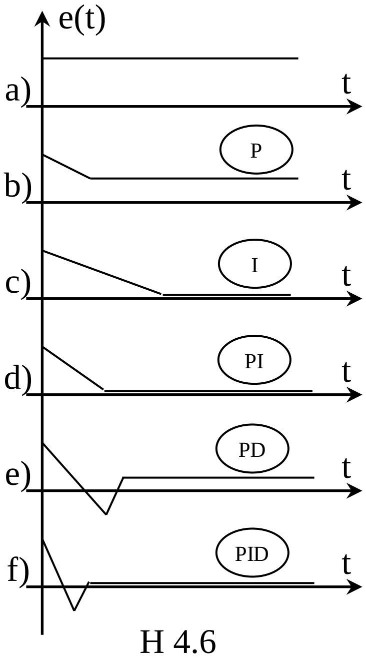
Chức năng của các bộ hiệu chỉnh:

+ Phần tử tỷ lệ (P) nhằm giảm sai lệch tĩnh, nhưng không thể tăng quá lớn sẽ ảnh hưởng đến tính ổn định của hệ.

+ Phần tử tích phân (I) nhằm triệt tiêu sai lệch tĩnh.

+ Phần tử vi phân (D) nhằm cải thiện quá trình quá độ nếu xác định đúng thông số.

Ảnh hưởng của các bộ điều chỉnh đến sai lệch tĩnh e(t).



H 4.6

4.3.1.2. Theo cách ghép nối giữa các phần tử:

Các bộ điều chỉnh có thể ghép nối tiếp hoặc song song.

Ví dụ với bộ PI

+ Dạng nối tiếp: $$W_c(p) = \frac{T_n p + 1}{T_i p}$$

+ Dạng song song: $$W_c(p) = k_p + \frac{k_i}{p}$$

+ Dạng hỗn hợp: $$W_c(p) = k_p(1 + \frac{1}{T_i p})$$

Việc chuyển đổi các bộ điều chỉnh từ dạng song song sang nối tiếp hoặc ngược lại thì các thông số được tính theo bảng 6.4 tài liệu [1].

4.3.2. Một số bộ hiệu chỉnh điện tử:

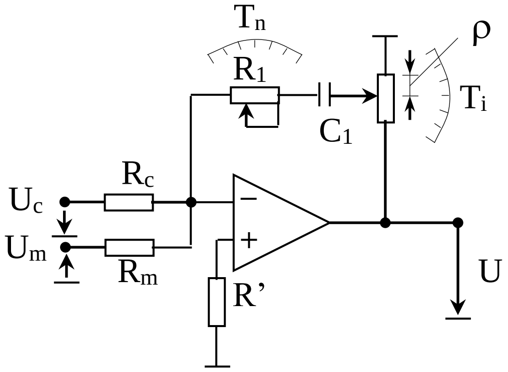
4.3.2.1. Bộ điều chỉnh điện tử PI:

Hàm truyền:

$$W_c(p) = \frac{(T_n p + 1)}{T_i p}$$

Các thông số được xác định bởi:

$$\left.\begin{aligned} T_n &= R_1 C_1 \\ T_i &= \rho R_c C_1 = \rho R_m C_1 \end{aligned}\right\}$$



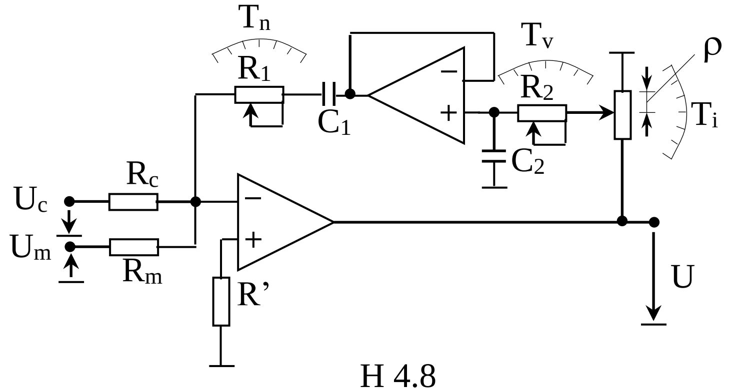
H 4.7

Trong đó

T_n – hằng số tương quan,

T_i – hằng số tích phân.

4.3.2.2. Bộ điều chỉnh điện tử PID:



H 4.8

Hàm truyền:

$$W_c(p) = \frac{(T_n p + 1)(T_v p + 1)}{T_i p}$$

Các thông số được xác định bởi:

$$\left.\begin{aligned} T_n &= R_1 C_1 \\ T_v &= R_2 C_2 \\ T_i &= \rho R_c C_1 = \rho R_m C_1 \end{aligned}\right\}$$

Trong đó

T_n – hằng số tương quan,

T_v – hằng số vi phân,

T_i – hằng số tích phân.

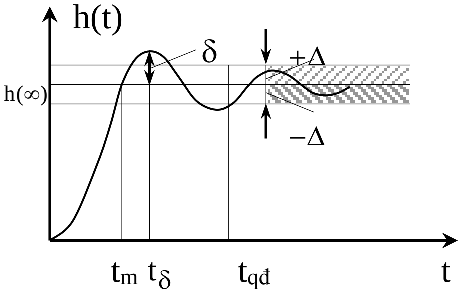
4.3.3. Chọn bộ hiệu chỉnh và xác định các thông số theo tiêu chuẩn phẳng:

4.3.3.1. Phương pháp tối ưu theo tiêu chuẩn phẳng:

Đưa hàm truyền của hệ kín về dạng bậc hai

$$W_k(p) = \frac{k}{T^2p^2 + 2\zeta Tp + 1}$$

hay $W_k(p) = \dfrac{k\omega_0}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2}$



H 4.9

Ta có các mối quan hệ sau:

$$t_\delta = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}}$$

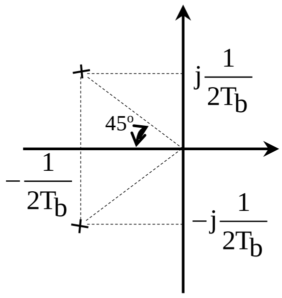
$$\delta\% = 100\exp\left(\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$

Với $\Delta = \pm\ 2\%$ trị số xác lập thì $t_{qđ}$ được tính gần đúng:

$$e^{-\zeta\omega_0 t_{qd}} < 0,02 \ \rightarrow \ \zeta\omega_0 t_{qd} \approx 4 \ \rightarrow \ t_{qd} \approx \frac{4}{\zeta\omega_0}$$

Khi $\zeta = 0,707$ thì $\delta = 4,3\%$ là tối ưu theo J_1.

4.3.3.2. Chọn bộ hiệu chỉnh cho hệ có hai khâu quán tính:



H 4.10

$$W(p) = \frac{k}{(T_1p+1)(T_bp+1)}$$

Trong đó $T_b << T_1$

Nên chọn bộ PI là tốt nhất (mắc nối tiếp vào hệ)

$$W_c(p) = \frac{T_np+1}{T_ip}$$

Hàm truyền của hệ sau khi mắc PI

$$W_m(p) = \frac{T_np+1}{T_ip}\cdot\frac{k}{(T_1p+1)(T_bp+1)} \qquad \text{Chọn} \begin{cases} T_n = T_1 \\ T_i = 2kT_b \end{cases}$$

Khi đó ta có

$$W_m(p) = \frac{1}{2T_bp(T_bp+1)}$$

Và hàm truyền của hệ kín là

$$W_{mk}(p) = \frac{1}{2T_b^2p^2 + 2T_bp + 1} = \frac{1}{(\sqrt{2}T_b)^2p^2 + 2.\frac{1}{\sqrt{2}}.\sqrt{2}T_bp + 1}$$

Nghiệm được phân bố như hình H 4.10, so sánh với phân bố nghiệm của khâu bậc hai ta có $\zeta = 0,707 \quad \Rightarrow \quad \delta = 4,3\%$

4.3.3.3. Chọn bộ hiệu chỉnh cho hệ có ba khâu quán tính:

$$W(p) = \frac{k}{(T_1p+1)(T_2p+1)(T_bp+1)}$$

Trong đó $T_b << T_1, T_2$

Nên chọn bộ PID là tốt nhất (mắc nối tiếp vào hệ)

$$W_c(p) = \frac{(T_np+1)(T_vp+1)}{T_ip}$$

Hàm truyền của hệ sau khi mắc PID

$$W_m(p) = \frac{(T_np+1)(T_vp+1)}{T_ip} \cdot \frac{k}{(T_1p+1)(T_2p+1)(T_bp+1)}$$

Chọn $\begin{cases} T_n = T_1 \\ T_v = T_2 \\ T_i = 2kT_b \end{cases}$

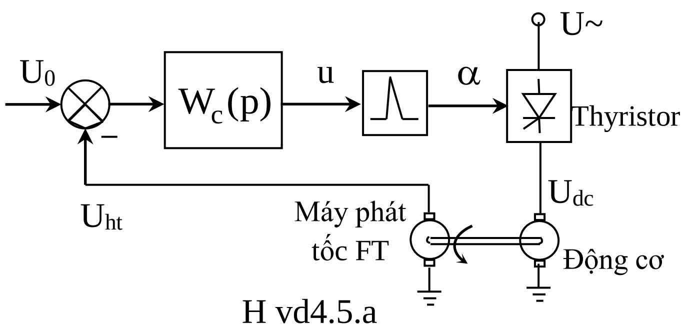
Khi đó ta có

$$W_m(p) = \frac{1}{2T_bp(T_bp+1)}$$

Ta lại có được

$$\begin{cases} \zeta = 0,707 \\ \delta = 4,3\% \end{cases}$$

Ví dụ 4-5: Một hệ điều chỉnh tốc độ động cơ dùng Thyristor có các thông số



H vd4.5.a

Thyristor $\begin{cases} k_{Th} = 1 \\ T_{Th} = 0,01 \text{ sec} \end{cases}$

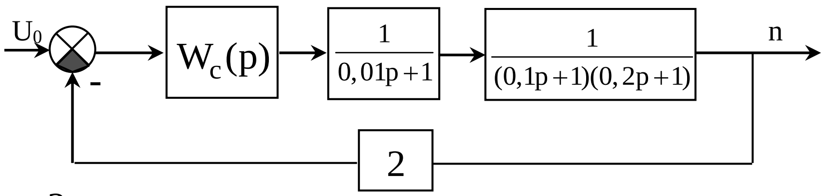
Động cơ $\begin{cases} k_{dc} = 1 \text{ vong/ph} \\ T_1 = 0,1 \text{ sec} \\ T_2 = 0,2 \text{ sec} \end{cases}$

Máy FT $k_{ft} = 2$ V/vòng/ph

Chọn bô hiệu chỉnh?

Trả lời:

Sơ đồ hàm truyền



H vd4.5.b

$$W(p) = \frac{2}{(0,01p+1)(0,1p+1)(0,2p+1)}$$

Chọn bộ điều chỉnh PID

$$W_c(p) = \frac{(T_n p+1)(T_v p+1)}{T_i p}$$

Chọn các thông số của bộ điều chỉnh

$$\begin{cases} T_n = 0,1 \ \text{sec} \\ T_v = 0,2 \ \text{sec} \\ T_i = 2.2.0,01 = 0,04 \ \text{sec} \end{cases}$$

Nhận xét:

+ Ta có bảng tổng hợp

BĐC	T_n	T_v	T_i
PI	T_1		$2kT_b$
PID	T_1	T_2	$2kT_b$

+ Các nhược điểm:

 * Những tín hiệu trung gian có thể có biên độ quá lớn.

 * Nếu hệ có hằng số thời gian quá lớn như hệ điều chỉnh nhiệt độ thì thông số của bộ điều chỉnh có thể không phù hợp.

 * Nếu hệ có khâu tích phân thì không thể chọn được thông số của bộ hiệu chỉnh.

+ Để giải quyết vấn đề trên

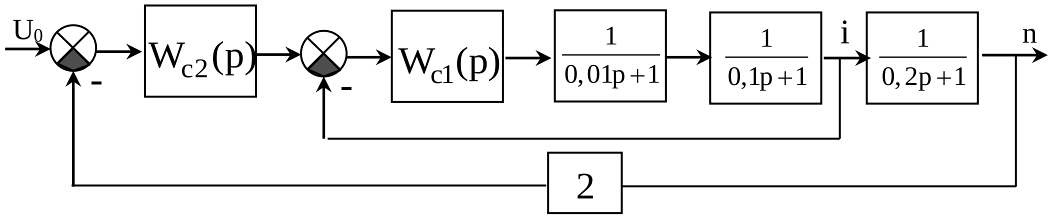
 * Ta mắc hai bộ hiệu chỉnh ứng với các hệ có ba hay bốn hằng số thời gian, cũng đồng thời để giảm biên độ của tín hiệu trung gian.

* Ta xem $\frac{k}{Tp+1} \approx \frac{k}{Tp}$ khi $T \gg 1$

4.3.3.4. Mắc hai bộ hiệu chỉnh cho hệ có ba hay bốn khâu quán tính:

Xét ví dụ 4-6 theo ví dụ 4-5 ở trên.

Ta tách hàm truyền của động cơ thành hai (phần điện, phần cơ) và thực hiện hồi tiếp dòng điện khép kín bộ điều chinh W_{c1}, còn mắc W_{c2} phía trước như sơ đồ sau.



H vd4.6

Bộ điều chỉnh W_{c1} chọn bộ PI

$$W_{c1}(p)=\frac{T_{n1}p+1}{T_{i1}p}$$

Chọn các thông số

$$\begin{cases} T_{n1}=0{,}1\ \text{sec} \\ T_{i1}=2.1.0{,}01=0{,}02\ \text{sec} \end{cases}$$

Hàm truyền vòng hở chứa W_{c1}

$$W_{h'}(p)=\frac{1}{0{,}02p(0{,}01p+1)}$$

Hàm truyền vòng kín chứa W_{c1}

$$W_{k'}(p)=\frac{1}{0{,}02p(0{,}01p+1)+1}=\frac{1}{0{,}0002p^2+0{,}02p+1}$$

$$W_{k'}(p)\approx\frac{1}{0{,}02p+1}$$

Hàm truyền hệ hở khi chưa có W_{c2}

$$W(p)=\frac{2}{(0{,}02p+1)(0{,}2p+1)}$$

Bộ điều chỉnh W_{c2} chọn bộ PI

$$W_{c2}(p)=\frac{T_{n2}p+1}{T_{i2}p}$$

Chọn các thông số

$$\begin{cases} T_{n2}=0{,}2\ \text{sec} \\ T_{i2}=2.2.0{,}02=0{,}08\ \text{sec} \end{cases}$$

4.4. Bài tập

Bài 4.1:

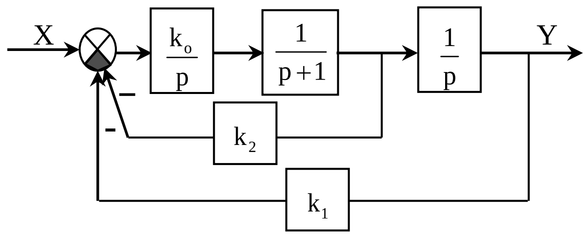
4.1.1) Cho hệ thống điều khiển có phương trình đặc trưng sau:

$$0,05p^3+(0,5T+0,01)p^2+(T+0,5)p+20=0$$

Hãy xác định vùng biến thiên giá trị của hằng số thời gian T để hệ ổn định?

4.1.2) Cho hệ điều khiển được mô tả bởi sơ đồ hàm truyền cho ở hình H7.2.

Hãy xác định vùng biến thiên giá trị của các hệ số khuếch đại k_0, k_1, k_2 để hệ ổn định?



H 7.2

4.1.3) Cho hệ thống điều khiển có phương trình đặc trưng sau:

$$(0,5p+1)(0,1p+1)(0,01p+1)+k=0$$

Hãy xác định vùng biến thiên giá trị của hệ số k để hệ ổn định?

<u>Bài 4.2</u>: Hãy chọn bộ hiệu chỉnh cho hệ:

4.2.1) $W_h(p)=\dfrac{20}{p(0,1p+1)(0,0136p+1)(0,01p+1)}$

Chất lượng cần đảm bảo:

+ $\sigma \le 25\%$ + $t_{qd} \le 0,8$ s

4.2.2) $W_h(p)=\dfrac{100}{(10p+1)(5p+1)(p+1)}$

Chất lượng cần đảm bảo:

+ $\sigma = 25\%$ + $t_{qd} \le 125,663$ s

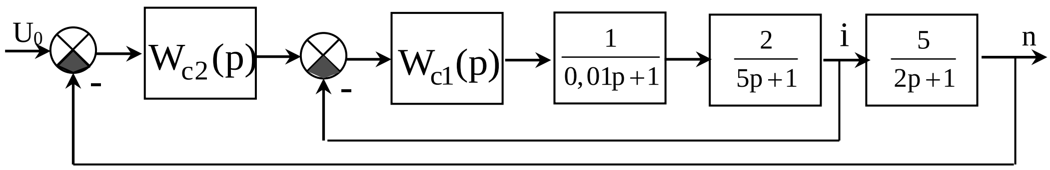
4.2.3) $W_h(p)=\dfrac{200}{0,1p+1}\cdot\dfrac{1}{p(0,0156p+1)(0,01p+1)}$

Chất lượng cần đảm bảo:

+ $\sigma = 25\%$ + $t_{qd} \le 1,257$ s

<u>Bài 4.3</u>:

Chọn các bộ hiệu chỉnh cho hệ điều chỉnh tốc độ động cơ có sơ đồ ở hình sau?



Phần B. HỆ THỐNG ĐKTĐ XUNG SỐ

Chương V. MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG ĐKTĐ XUNG SỐ

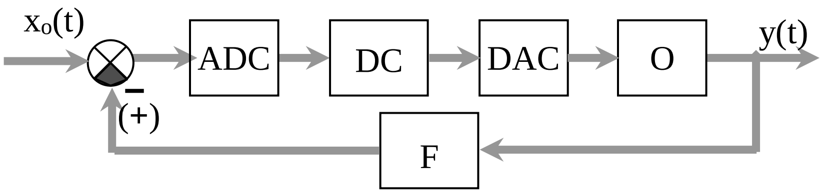
Mục tiêu học tập:

1. Hiểu được những vấn đề cơ bản về các hệ ĐKTĐ xung số.
2. Quy đổi được hàm truyền các khâu khác nhau sang hàm truyền dạng số.
3. Mô hình hóa được một hệ thống ĐKTĐ xung số.

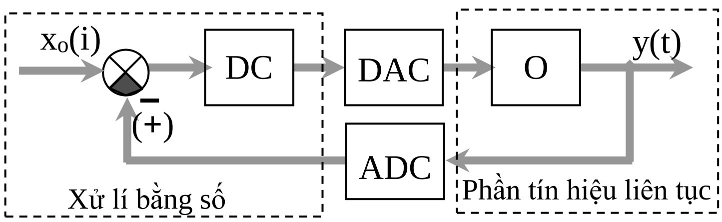
5.1. Các khái niệm cơ bản

Các hệ điều khiển có dùng máy tính hay bộ điều khiển số (vi xử lý, PLC,...), có thiết bị biến đổi xung đều thuộc lớp hệ thống xung – số (còn gọi là hệ thống rời rạc hay gián đoạn).

5.1.1.1. Sơ đồ hệ điều khiển xung số điển hình:



H 5.1 a



H 5.1 b

Trong đó:

O (Object): Đối tượng điều khiển

DC (Digital Controller): Bộ điều khiển số

F (Feedback block): Khối phản hồi

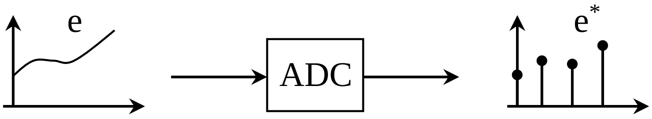
DAC (Digital to Analog Converter): Bộ biến đổi số sang tương tự

ADC (Analog to Digital Converter): Bộ biến đổi tương tự sang số

Tín hiệu vào ra của đối tượng điều khiển là tín hiệu liện tục, còn tín hiệu vào ra của bộ điều khiển số là rời rạc.

5.1.1.2. Bộ biến đổi tương tự sang số (ADC):

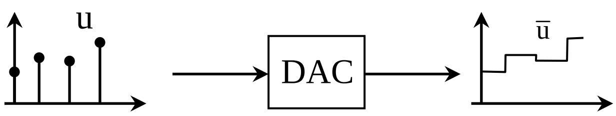
Có thể là các bộ ADC, nhưng thường là các bộ đo tín hiệu theo phương pháp rời rạc (như các cảm biến quang đo tốc độ,…).



H 5.2

5.1.1.3. Bộ biến đổi số sang tương tự (DAC):

Thường là các khâu giữ chậm bậc không (zero order hold), hiếm khi gặp các khâu giữ chậm bậc một, bậc hai.



H 5.3

5.2. Cơ sở toán học

5.2.1 Biểu diễn một dãy xung trong toán rời rạc:

Vì thời gian tồn tại xung t_x là rất nhỏ so với thời gian khảo sát nT nên có thể coi mỗi xung là một xung tức thời. Dãy xung chính là hàm rời rạc

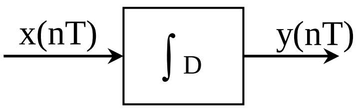
$$x(nT) = \left\{ x(iT) \;\; | \;\; i = \overline{0,n} \right\}$$

chính là giá trị của hàm x(t) tại các thời điểm iT (i = 0,1,...n).

Hàm rời rạc có chu kỳ rời rạc là hằng số ta ký hiệu là x(i).

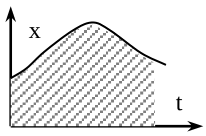
5.2.2. Các phép toán rời rạc:

5.2.2.1. Tích phân số:



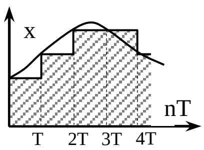
Nếu là tích phân của một hàm liên tục y(t) nào đó thì

$$y(t) = \int_0^t x(\tau)d\tau$$



Nhưng tích phân số của hàm y(iT) là một phép tính gần đúng

$$y(iT) = \sum_{i=0}^{k-1} T.x(iT)$$



5.2.2.2. Sai phân của hàm rời rạc:

*Sai phân tiến:

Sai phân cấp 1:

$$\Delta f(i) = f(i+1) - f(i)$$

Sai phân cấp 2:

$$\begin{aligned}\Delta^2 f(i) &= \Delta f(i+1) - \Delta f(i)\\ &= [f(i+2) - f(i+1)] - [f(i+1) - f(i)]\\ &= f(i+2) - 2f(i+1) + f(i)\end{aligned}$$

Sai phân cấp k:

$$\begin{aligned}\Delta^k f(i) &= \Delta^{k-1} f(i+1) - \Delta^{k-1} f(i)\\ &= \sum_{j=0}^{k} (-1)^{k-j} \frac{k!}{j!(k-j)!} f(i+j)\end{aligned}$$

*Sai phân lùi:

Sai phân cấp 1:

$$\nabla f(i) = f(i) - f(i-1)$$

Sai phân cấp 2:

$$\begin{aligned}\nabla^2 f(i) &= \nabla f(i) - \nabla f(i-1)\\ &= [f(i) - f(i-)] - [f(i-1) - f(i-2)]\\ &= f(i) - 2f(i-1) + f(i-2)\end{aligned}$$

Sai phân cấp k:

$$\begin{aligned}\nabla^k f(i) &= \nabla^{k-1} f(i) - \nabla^{k-1} f(i-1)\\ &= \sum_{j=0}^{k} (-1)^{j} \frac{k!}{j!(k-j)!} f(i-j)\end{aligned}$$

Ví dụ: Tính sai phân tiến $\Delta^3 y(i)$; Tính sai phân lùi $\nabla^3 y(i)$

5.2.2.3. Phương trình sai phân:

Hệ điều khiển xung số được mô tả động học bằng phương trình sai phân

$$\begin{aligned}&a_n^* \Delta^n y(i) + a_{n-1}^* \Delta^{n-1} y(i) + \ldots + a_1^* \Delta^1 y(i) + a_0^* y(i) =\\ &= b_m^* \Delta^m x(i) + b_{m-1}^* \Delta^{m-1} x(i) + \ldots + b_1^* \Delta^1 x(i) + b_0^* x(i)\end{aligned}$$

Sử dụng công thức sai phân tổng quát ta viết lại như sau

$$\begin{aligned}&a_n y(i+n) + a_{n-1} y(i+n-1) + \ldots + a_1 y(i+1) + a_0 y(i) =\\ &= b_m x(i+m) + b_{m-1} x(i+m-1) + \ldots + b_1 x(i+1) + b_0 x(i)\end{aligned}$$

Ngoài ra còn có dạng (hay dùng trong thiết kế):

$$a_n y(i) + a_{n-1} y(i-1) + ... + a_1 y(i-n+1) + a_0 y(i-n) =$$
$$= b_m x(i) + b_{m-1} x(i-1) + ... + b_1 x(i-m+1) + b_0 x(i-m)$$

5.2.3. Biến đổi Z:

5.2.3.1. Định nghĩa:

Nếu có hàm liên tục f(t), thì có hàm rời rạc f(iT), với T là chu kỳ lấy mẫu. Theo giải tích ta viết

$$f(iT) = \sum_{0}^{\infty} f(t).\delta(t - iT)$$

với $\delta(t - iT)$ là hàm Dirac.

Biến đổi Laplace hàm f(iT), kí hiệu là $F^*(p)$.

$$F^*(p) = \int_0^{\infty} f(iT).e^{-pt} dt$$

$$= \int_0^{\infty} [\sum_{i=0}^{\infty} f(t).\delta(t - iT)].e^{-pt} dt$$

$$= \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^{\infty} f(t).\delta(t - iT).e^{-pt} dt$$

$$F^*(p) = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT).e^{-ipT}$$

Ta đặt: $z = e^{pT}$, với $p = \alpha + j\omega$ là toán tử Laplace liên tục. Ta rút ra được:

$$p = \frac{1}{T} \ln z$$

z là toán tử rời rạc

$$z = e^{\alpha T}(\cos \omega T + j \sin \omega T)$$

Ta có được:

$$F^*(p = \frac{1}{T} \ln z) = F(z) = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT) z^{-i}$$

Vậy biến đổi Z của hàm rời rạc f(iT):

$$F(z) = Z\{f(i)\} = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT) z^{-i}$$

Ví dụ: $F(z) = Z\{1(t)\} = ?$

5.2.3.2. Các tính chất:

a) Tính chất dịch hàm gốc:

$$Z\{f(i+m)\} = z^m F(z) - z^m F(0)$$

Với điều kiện đầu bằng không thì

$$Z\{f(i+m)\} = z^m F(z)$$

b) Tính chất tuyến tính:

$$Z\{a.f_1(i) + b.f_2(i)\} = a.F_1(z) + b.F_2(z)$$

c) Biến đổi Z của sai phân tiến $\Delta f(i)$:

$$Z\{\Delta f(i)\} = Z\{f(i+1) - f(i)\} = (z-1).F(z)$$

c) Biến đổi Z của sai phân lùi $\nabla f(i)$:

$$Z\{\nabla f(i)\} = Z\{f(i) - f(i-1)\} = (1 - z^{-1}).F(z)$$

Ví dụ:

Áp dụng biến đổi Z cho phương trình sai phân của hệ điều khiển xung số

$$a_n y(i+n) + a_{n-1} y(i+n-1) + ... + a_1 y(i+1) + a_0 y(i) =$$

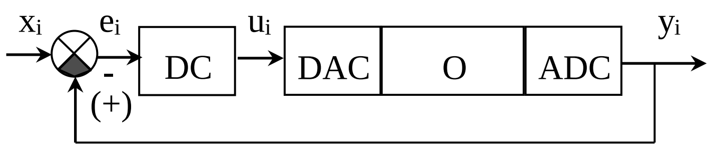
$$= b_m x(i+m) + b_{m-1} x(i+m-1) + ... + b_1 x(i+1) + b_0 x(i)$$

Với điều kiện đầu bằng không.

5.3. Mô hình hóa hệ thống ĐKTĐ xung số

5.3.1. Cấu trúc cơ sở của hệ ĐKTĐ xung số:

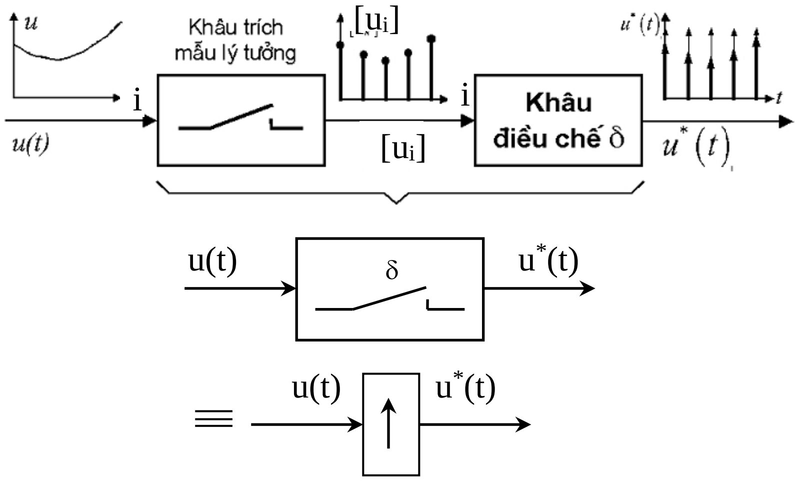
5.3.1.1. Ta quy đổi các dạng sơ đồ về sơ đồ có cấu trúc sau:



Hình 5.7

5.3.1.2. Khâu ADC:

Khâu ADC và quá trình trích mẫu đo.



Sau khi trích mẫu lý tưởng bởi khâu ADC ta được chuỗi giá trị:

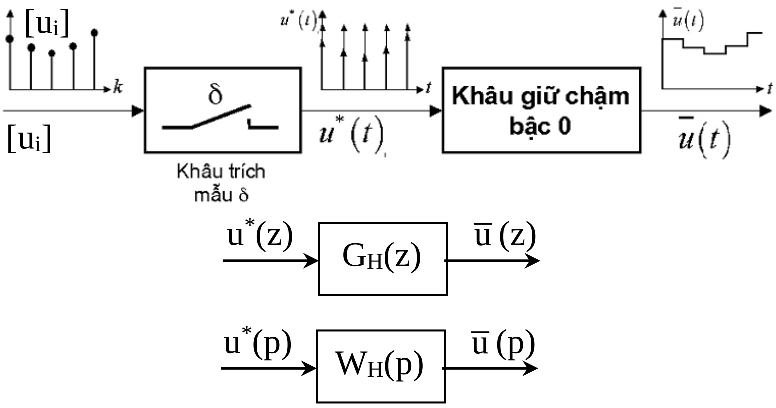
[u(iT)] = [u(0T), u(T), u(2T),…] hay có thể viết

[u(i)] = [u(0), u(1), u(2),….] cũng có thể viết
[u_i] = [u_0, u_1, u_2,…]
Để thuận cho sử dụng Laplace và phân tích phổ, ta nhân chuỗi [u_i] với chuỗi hàm δ(t) ta thu được dãy xung:

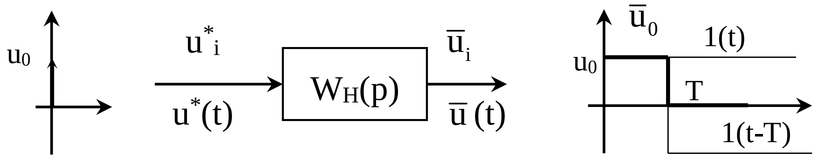
$$u^*(t)=\sum_{i=0}^{\infty}[u(iT)\delta(t-iT)]=u(t)\sum_{i=0}^{\infty}\delta(t-iT)$$

5.3.1.3. Khâu DAC:

Khâu DAC và quá trình lưu giá trị ra của khâu DC.



Xác định hàm truyền của khâu giữ chậm bậc 0:
Xét một xung đơn u_0 tác dụng vào DAC



$$\bar{u}_0=u_0[1(t)-1(t-T)]$$

Laplace hóa:

$$u^*(t)=u_0.\delta(t)\quad\rightarrow\quad U^*(p)=u_0$$

$$\bar{u}(t)=u_0[1(t)-1(t-T)]\rightarrow\bar{U}(p)=u_0\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{p}e^{-pT}\right)$$

$$=> W_H(p)=\frac{\bar{U}(p)}{U^*(p)}=\frac{1-e^{-Tp}}{p}=(1-e^{-Tp}).\frac{1}{p}\qquad(*)$$

Chứng minh (*) đúng trong trường hợp tác dụng cả chuỗi xung

$$u^*(t)=\sum_{i=0}^{\infty}u_i\delta(t-iT)\rightarrow U^*(p)=\sum_{i=0}^{\infty}u_ie^{-iTp}$$

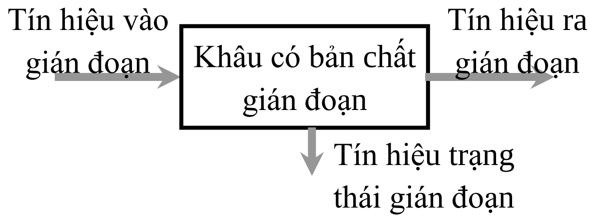
$$\bar{u}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} u_i [1(t - iT) - 1(t - iT - T)]$$

$$\rightarrow \bar{U}(p) = (\frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-pT}) \sum_{i=0}^{\infty} u_i e^{-iTp}$$

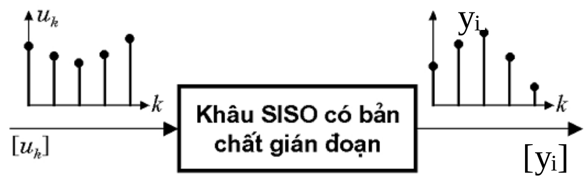
$$W_H(p) = \frac{\bar{U}(p)}{U^*(p)} = (1 - e^{-Tp}).\frac{1}{p} \qquad \text{Vậy (*) đúng.}$$

5.3.2. Khâu có bản chất gián đoạn:

Là các khâu điều khiển số.



Hình 5.7



Phương trình sai phân tiến của hệ

$$a_n y(i+n) + a_{n-1} y(i+n-1) + ... + a_1 y(i+1) + a_0 y(i) =$$
$$= b_m x(i+m) + b_{m-1} x(i+m-1) + ... + b_1 x(i+1) + b_0 x(i)$$

Với điều kiện đầu bằng không, nhờ biến đổi Z của hàm dịch chuyển $Z\{f(i+m)\} = z^m F(z)$, ta có phương trình đại số theo biến z:

$$(a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + ... + a_1 z + a_0) Y(z) =$$
$$= (b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + ... + b_1 z + b_0) X(z)$$

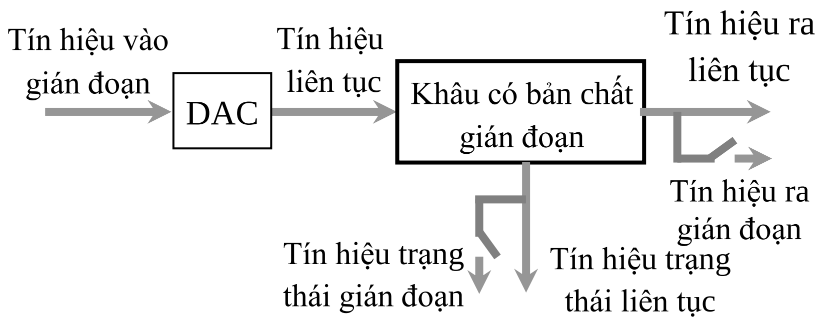
Hàm truyền đạt hệ thống theo biến đổi Z:

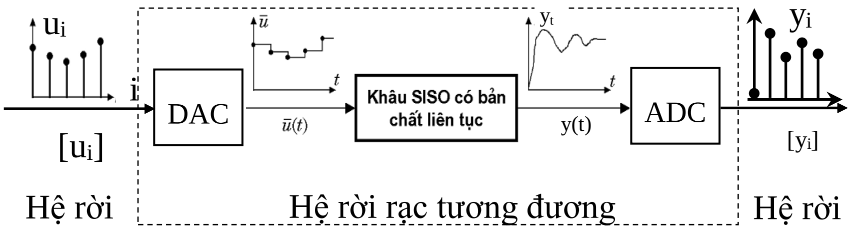
$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + ... + b_1 z + b_0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + ... + a_1 z + a_0}$$

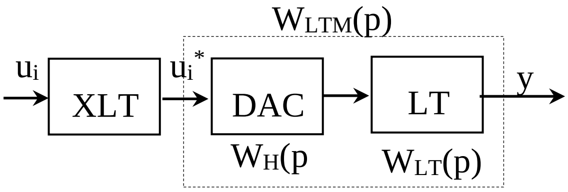
(Từ phương trình sai phân tiến hay phương trình sai phân lùi thì cũng có chung hàm truyền.)

5.3.3. Khâu có bản chất liên tục:

Là các đối tượng điều khiển.





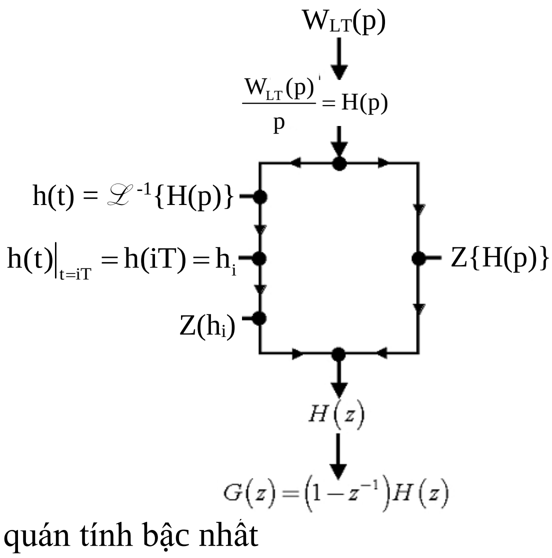


Hàm truyền quy đổi trên miền ảnh p

$W_{LTM}(p) = W_H(p).W_{LT}(p)$

$$W_{LTM}(p) = (1 - e^{-Tp})\frac{1}{p}W_{LT}(p)$$

Hàm truyền quy đổi trên miền ảnh z



Ví dụ: Đối tượng điều khiển là một khâu quán tính bậc nhất

$$W(p) = \frac{k}{T_1p + 1}$$

Cách 1:

$$H(p) = W(p).\frac{1}{p} = \frac{1}{T_1p+1}\cdot\frac{1}{p}$$

$$h(t) = \mathscr{L}^{-1}\{\frac{1}{T_1p+1}\cdot\frac{1}{p}\} = (1-e^{t/T_1}).1(t)$$

$$h_i = 1^{iT} - e^{iT/T_1}$$

$$H(z) = \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-T/T_1}}$$

$$G(z) = (1-z^{-1})H(z) = 1 - \frac{z-1}{z-e^{-T/T_1}} = \frac{1-e^{-T/T_1}}{z-e^{-T/T_1}}$$

Cách 2:

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)}$$

$$H(p) = W(p).\frac{1}{p} = \frac{B(p)}{p.A(p)}$$

Giải p.A(p) = 0 được n+1 nghiệm p_i $(i = \overline{1, n+1})$

Nếu p_i là các nghiệm riêng biệt thì

$$Z\{\frac{1}{p-p_i}\} = \frac{z}{z-e^{p_iT}}$$

Nếu p_i là nghiệm lặp *m* lần thì

$$Z\{\frac{1}{(p-p_i)^m}\} = \frac{1}{(m-1)!}\frac{\partial^{m-1}}{\partial p_i^{m-1}}\frac{z}{z-e^{p_iT}}$$

$$H(p) = W(p).\frac{1}{p} = \frac{1}{p.(T_1p+1)}$$

$p_1 = 0$; $p_2 = -1/T_1$

$$H(p) = \frac{1/T_1}{p.(p+1/T_1)} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p+1/T_1}$$

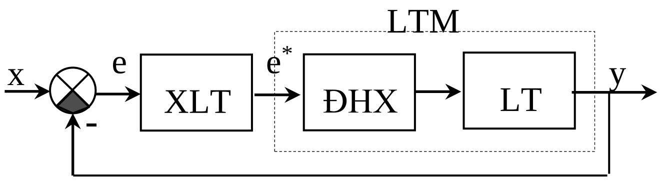
$$Z\{H(p)\} = H(z) = \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-T/T_1}}$$

$$G(z) = (1-z^{-1})H(z) = 1 - \frac{z-1}{z-e^{-T/T_1}} = \frac{1-e^{-T/T_1}}{z-e^{-T/T_1}}$$

5.3.4. Mô hình hóa hệ thống điều khiển xung số kín:

5.3.4.1. Sơ đồ cấu trúc của hệ xung số dạng hàm truyền:

a) Hệ xung số có một phần tử xung với hồi tiếp đơn vị:



(ĐHX là DAC)

Hàm truyền hệ xung số hở

$$W_h^*(p) = \frac{Y^*(p)}{X^*(p)} \qquad \left\{= W_{dhx}^*(p).W_{lt}^*(p)\right\}$$

Đối với hệ kín ta có:

$$Y^*(p) = W_h^*(p).E^*(p) = W_h^*(p).[X^*(p) - Y^*(p)]$$

Vậy hàm truyền hệ xung số kín

$$W_k^*(p) = \frac{W_h^*(p)}{1 + W_h^*(p)}$$

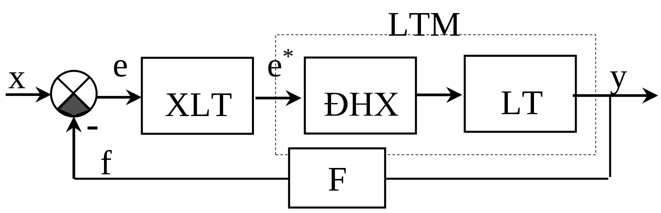
Sử dụng toán tử z

$$W_k(z) = \frac{W_h(z)}{1 + W_h(z)}$$

Dạng tổng quát

$$W_k(z) = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + ... + b_1 z + b_0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + ... + a_1 z + a_0}$$

b) Hệ xung số có một phần tử xung và có khâu phản hồi:



Hàm truyền hệ xung số hở

$$W_h^*(p) = \frac{Y^*(p)}{X^*(p)} \qquad \left\{= W_{dhx}^*(p).W_{lt}^*(p)\right\}$$

Đối với hệ kín ta có:

$$Y^*(p) = W_{dhx}^*(p).W_{lt}^*(p).E^*(p)$$

$$F^*(p) = W_{dhx}^*(p).W_{lt}^*(p).W_f^*(p).E^*(p)$$

$$X^*(p) = E^*(p) + F^*(p)$$

Vậy hàm truyền hệ xung số kín

$$W_k^*(p) = \frac{W_h^*(p)}{1 + W_f^*(p).W_h^*(p)}$$

Sử dụng toán tử z

$$W_k(z) = \frac{W_h(z)}{1 + W_f(z).W_h(z)}$$

Dạng tổng quát

$$W_k(z) = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \ldots + b_1 z + b_0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \ldots + a_1 z + a_0}$$

5.3.4.2. Sơ đồ cấu trúc của hệ xung số dạng không gian trạng thái:

Cũng như trong hệ thống tuyến tính liên tục, ta có thể mô tả đặc tính động học của hệ thống xung số tuyến tính trong miền thời gian bằng hệ phương trình trạng thái.

Ví dụ : ta có hệ thống xung số được mô tả bằng phương trình sai phân:

$$a_n.y(i+n) + a_{n-1}.y(i+n-1) + \ldots$$

$$\ldots + a_1.y(i+1) + a_0.y(i) = k.x(i)$$

Đặt: $y(i) = y_1(i)$, $y(i+1) = y_1(i+1) = y_2(i)$,

$y(i+2) = y_2(i+1) = y_3(i)$,...

Ta có hệ:

$$\begin{cases} y_1(i+1) = y_2(i) \\ y_2(i+1) = y_3(i) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n(i+1) = K_0.x(i) - A_0.y_1(i) - A_1.y_2(i) - \ldots - A_{n-1}.y_n(i) \end{cases}$$

Với $K_0 = k/a_n$; $A_i = a_i/a_n$

Ta viết dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} y_1(i+1) \\ y_2(i+1) \\ \ldots\ldots \\ y_n(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1\searrow & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -A_0 & -A_1 & \ldots & -A_{n-1} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \\ \ldots\ldots \\ y_n(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ K_0 \end{bmatrix} .x(i)$$

Viết gọn:

$Y_k(i+1) = A.Y_k(i) + B.x(i)$

Ta xây dựng mô hình thông qua khâu trễ

$$Z\{y(i+1)\} \longrightarrow \boxed{z^{-1}} \longrightarrow Z\{y(i)\}$$

Hàm truyền của khâu trễ

$$W(z) = \frac{Z\{y(i)\}}{Z\{y(i+1)\}} = \frac{Y(z)}{Y(z).z} = \frac{1}{z}$$

Ví dụ 1: Cho hệ thống điều khiển xung số được mô tả bằng phương trình sai phân

$$y(i+1) + A_0.y(i) = K_0.x(i)$$

Xác định sơ đồ cấu trúc trong không gian trạng thái.

Trả lời:

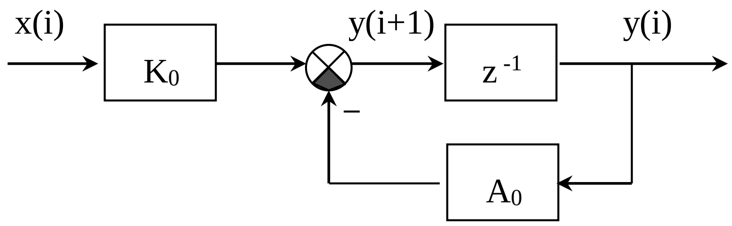
Ta có thể viết lại phương trình sai phân đã cho như sau:

$$y(i+1) = K_0.x(i) - A_0.y(i)$$

Hàm truyền của hệ:

$$W(z) = \frac{K_0}{z + A_0}$$

Sơ đồ cấu trúc hệ dạng không gian trạng thái



Ví dụ 2: Cho hệ thống điều khiển xung số được mô tả bằng phương trình sai phân

$$y(i+2) + A_1.y(i+1) + A_0.y(i) = K_0.x(i)$$

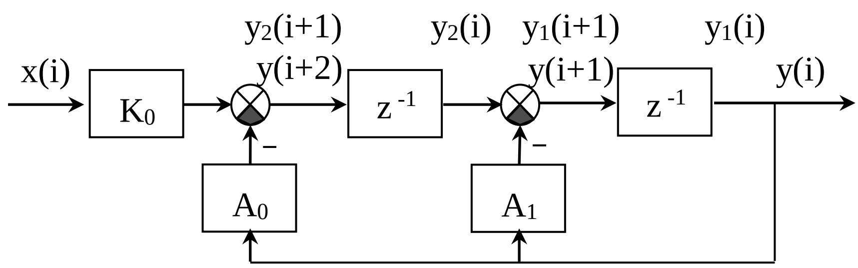
Xác định sơ đồ cấu trúc trong không gian trạng thái.

Trả lời:

Hàm truyền của hệ:

$$W(z) = \frac{K_0}{z^2 + A_1 z + A_0}$$

Sơ đồ cấu trúc hệ dạng không gian trạng thái

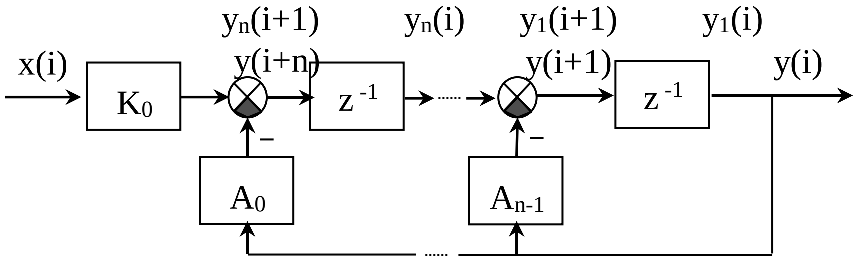


Nhận xét:

Từ quy luật trên ta có sơ đồ cấu trúc cho hệ xung số có phương trình sai phân

$$y(i+n) + A_{n-1}.y(i+n-1) + \ldots$$

$$\ldots + A_1.y(i+1) + A_0.y(i) = K_0.x(i)$$



Từ sơ đồ trên ta dễ thấy được hệ phương trình trạng thái đã nêu ở trên có thể viết lại

$$\begin{cases} y_1(i+1) = y_2(i) - A_{n-1}.y_1(i) \\ y_2(i+1) = y_3(i) - A_{n-2}.y_1(i) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_n(i+1) = K_0.x(i) - A_0.y_1(i) \end{cases}$$

Với $K_0 = k/a_n$; $A_i = a_i/a_n$

$$\begin{bmatrix} y_1(i+1) \\ y_2(i+1) \\ \dots\dots \\ y_n(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_{n-1} & 1\searrow & \dots & 0 \\ -A_{n-2} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \\ \dots\dots \\ y_n(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ K_0 \end{bmatrix} .x(i)$$

Trên cơ sở này ta áp dụng cho phương trình sai phân dạng tổng quát

$$a_n y(i+n) + a_{n-1} y(i+n-1) + \dots + a_1 y(i+1) + a_0 y(i) =$$
$$= b_m x(i+m) + b_{m-1} x(i+m-1) + \dots + b_1 x(i+1) + b_0 x(i)$$

Chia hai vế cho a_0 ta được

$$y(i+n) + A_{n-1} y(i+n-1) + \dots + A_1 y(i+1) + A_0 y(i) =$$
$$= B_m x(i+m) + B_{m-1} x(i+m-1) + \dots + B_1 x(i+1) + B_0 x(i)$$

Với $K_0 = k/a_n$, $A_i = a_i/a_n$, $B_i = b_i/a_n$

Hàm truyền

$$W(z) = \frac{B_m z^m + B_{m-1} z^{m-1} + \dots + B_1 z + B_0}{z^n + A_{n-1} z^{n-1} + \dots + A_1 z + A_0}$$

Hệ phương trình trạng thái của hệ cho trường hợp m = n – 1

$$\begin{cases} y_1(i+1) = y_2(i) - A_{n-1}.y_1(i) + B_m.x(i) \\ y_2(i+1) = y_3(i) - A_{n-2}.y_1(i) + B_{m-1}.x(i) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_n(i+1) = \ 0 \quad - A_0.y_1(i) \quad + B_0.x(i) \end{cases}$$

Từ sơ đồ trên ta dễ thấy được hệ phương trình trạng thái đã nêu ở trên có thể viết lại

$$\begin{cases} y_1(i+1) = y_2(i) - A_{n-1}.y_1(i) \\ y_2(i+1) = y_3(i) - A_{n-2}.y_1(i) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_n(i+1) = K_0.x(i) - A_0.y_1(i) \end{cases}$$

Với $K_0 = k/a_n$; $A_i = a_i/a_n$

Viết dưới dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} y_1(i+1) \\ y_2(i+1) \\ \dots\dots \\ y_n(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_{n-1} & 1 \searrow & \dots & 0 \\ -A_{n-2} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \\ \dots\dots \\ y_n(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ K_0 \end{bmatrix} .x(i)$$

Trên cơ sở này ta áp dụng cho phương trình sai phân dạng tổng quát

$$a_n y(i+n) + a_{n-1} y(i+n-1) + \dots + a_1 y(i+1) + a_0 y(i) =$$
$$= b_m x(i+m) + b_{m-1} x(i+m-1) + \dots + b_1 x(i+1) + b_0 x(i)$$

Chia hai vế cho a_0 ta được

$$y(i+n) + A_{n-1} y(i+n-1) + \dots + A_1 y(i+1) + A_0 y(i) =$$
$$= B_m x(i+m) + B_{m-1} x(i+m-1) + \dots + B_1 x(i+1) + B_0 x(i)$$

Với $K_0 = k/a_n$, $A_i = a_i/a_n$, $B_i = b_i/a_n$

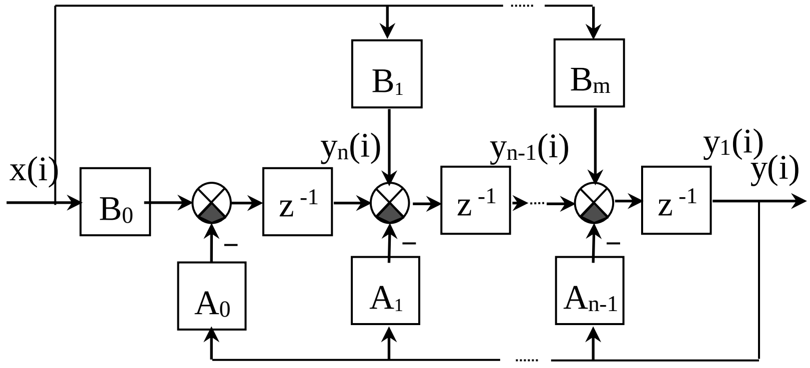
Hàm truyền

$$W(z) = \frac{B_m z^m + B_{m-1} z^{m-1} + \dots + B_1 z + B_0}{z^n + A_{n-1} z^{n-1} + \dots + A_1 z + A_0}$$

Hệ phương trình trạng thái của hệ cho trường hợp m = n – 1

$$\begin{cases} y_1(i+1) = y_2(i) - A_{n-1}.y_1(i) + B_m.x(i) \\ y_2(i+1) = y_3(i) - A_{n-2}.y_1(i) + B_{m-1}.x(i) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_n(i+1) = \ \ 0 \quad - A_0.y_1(i) \quad + B_0.x(i) \end{cases}$$

Sơ đồ cấu trúc



$$\begin{bmatrix} y_1(i+1) \\ y_2(i+1) \\ \ldots\ldots \\ y_n(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_{n-1} & 1 \searrow & \ldots & 0 \\ -A_{n-2} & 0 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -A_0 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \\ \ldots\ldots \\ y_n(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_m \\ B_{m-1} \\ \ldots \\ B_0 \end{bmatrix} .x(i)$$

Tín hiệu ra của hệ thống

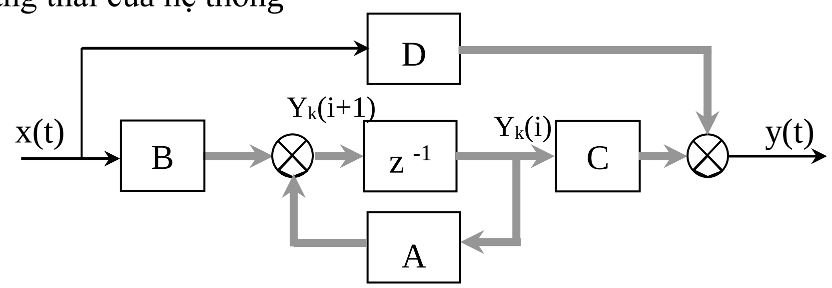
$$y(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \\ \ldots \\ y_n(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} .x(i)$$

Hệ phương trình ma trận vectơ

$Y_k(i+1) = A.Y_k(i) + B.x(i)$

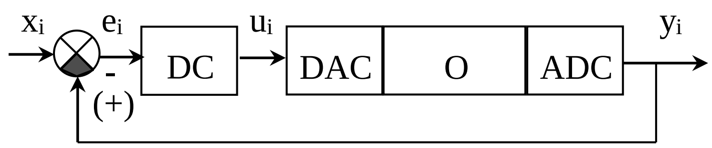
$y(i) \;=\; C.Y_k(i) \;+\; D.x(i)$

Mô hình trạng thái của hệ thống



5.4. Bài tập

Chuyển đổi hàm truyền của đối tượng O là $W_{lt}(p)$ sang số với thời gian lấy mẫu T = 0,01s?



5.1) $W_{lt}(p) = \dfrac{100(2p+1)}{5p^3 + 2p^2 + 11p + 1}$ 5.2) $W_{lt}(p) = \dfrac{10}{35p^4 + 40p^3 + 20p^2 + 10p + 2}$

5.3) $W_{lt}(p) = \dfrac{100(6p+11)}{p(10p^2 + 3p + 1)}$ 5.4) $W_{lt}(p) = \dfrac{100(p+8)}{3p^3 + 2p^2 + 6p + 7}$

5.5) $W_{lt}(p) = \dfrac{200(5p+1)}{12p^4 + 0,1p^3 + p^2 + 10p + 21}$ 5.6) $W_{lt}(p) = \dfrac{100(5p^2 + 15p + 1)}{5p^3 + 1,2p^2 + 0,1p + 1}$

5.7) $W_{lt}(p) = \dfrac{200(5p^2 + 3p + 1)}{5p^4 + 7p^3 + 4p^2 + 1,5p + 2}$ 5.8) $W_{lt}(p) = \dfrac{100(0,05p^2 + 2p + 1)}{7p^4 + 9p^3 + 2p^2 + 3p + 31}$

5.9) $W_{lt}(p) = \dfrac{200(7p+1)}{(p+1)(0{,}1p+1)}$

5.10) $W_{lt}(p) = \dfrac{100(0{,}25p+1)}{(5p^2+22p+1)(0{,}1p+1)}$

Chương VI. PHÂN TÍCH, TỔNG HỢP HỆ THỐNG ĐKTĐ XUNG SỐ TUYẾN TÍNH

Mục tiêu học tập:

1. Phân tích được các hệ ĐKTĐ xung số.
2. Tối ưu được hệ thống ĐKTĐ xung số.

6.1. Cơ sở đánh giá tính ổn định của hệ xung số:

Việc điều khiển trong hệ thống xung – số cũng gồm hai quá trình: quá độ và xác lập.

Hệ điều khiển trong hệ thống xung – số được mô tả bằng phương trình sai phân

$$a_n y(i+n) + a_{n-1} y(i+n-1) + ... + a_1 y(i+1) + a_0 y(i) =$$
$$= b_m x(i+m) + b_{m-1} x(i+m-1) + ... + b_1 x(i+1) + b_0 x(i)$$

Có nghiệm là $y(iT) = y_{xl}(iT) + y_{qd}(iT)$

Trong đó: $y_{xl}(iT)$ là nghiệm riêng của phương trình sai phân, đặc trưng cho quá trình xác lập của hệ,

$y_{qd}(iT)$ là nghiệm tổng quát của phương trình sai phân, đặc trưng cho quá trình quá độ.

Phương trình đặc trưng của hệ có n nghiệm phân biệt

$$y_{qd}(iT) = C_1 z_1^n + C_2 z_2^n + ... + C_n z_n^n = \sum_{j=1}^{n} C_j z_j^n$$

Khi $i \to \infty$ thì $y_{qd}(iT) \to 0$ hay $z_j^n \to 0$.

Trong đó z_j là nghiệm của phương trình đặc trưng:

$$a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + ... + a_1 z + a_0 = 0$$

Theo định nghĩa về toán tử z thì

$$z = e^{pT} = e^{(\alpha + j\omega)T} = e^{\alpha T} e^{j\omega T}$$
$$z = e^{\alpha T}(\cos\omega T + j\sin\omega T)$$

Mà $\cos\omega T + j\sin\omega T \le 1$ nên

$$|z| \le e^{\alpha T}$$

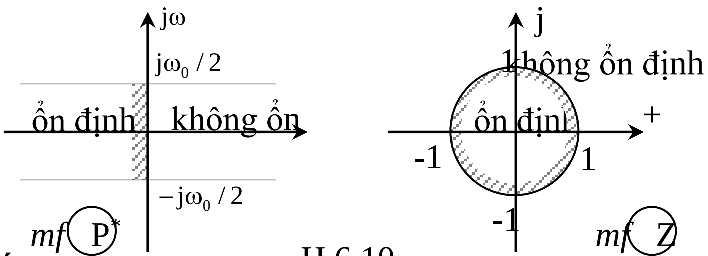
Từ đây ta nhận thấy:

$\alpha > 0 \quad \to \quad |z| > 1$ Hệ không ổn định.

$\alpha = 0 \quad \to \quad |z| = 1$ Hệ ở biên giới ổn định.

$\alpha < 0 \quad \to \quad |z| < 1$ Hệ ổn định.

Ta có mặt phẳng Z như hình bên.



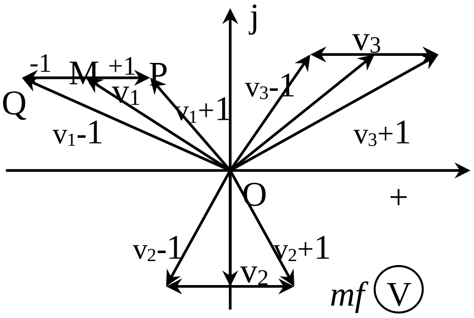
H 6.10

6.2. Tiêu chuẩn đại số:

Để tương tự như mặt phẳng P ở hệ liên tục, ta chuyển mặt phẳng Z về mặt phẳng V.

Ta đặt $z = \dfrac{v+1}{v-1}$

Khi v < 0, như v_1 thì $|\overrightarrow{OP}| < |\overrightarrow{OQ}|$ với $\overrightarrow{OP} = v+1$ và $\overrightarrow{OQ} = v-1$ (như hình sau). Nên z<0. Vậy hệ ổn định.



H 6.11

Với đánh giá tương tự ta có:

$v > 0 \quad \rightarrow \quad |z| > 1$ Hệ không ổn định.

$v = 0 \quad \rightarrow \quad |z| = 1$ Hệ ở biên giới ổn định.

$v < 0 \quad \rightarrow \quad |z| < 1$ Hệ ổn định.

<u>Lưu ý</u>: Mặt pẳng V và mặt phẳng P là tương đồng với nhau nên các tiêu chuẩn ổn định đại số của hệ liên tục đều có thể áp dụng được cho hệ thống xung số.

6.3. Tiêu chẩn tần số:

6.3.1. Xét ổn định theo biểu đồ đa thức đặc trưng:

Phương trình đặc trưng của hệ xung số:

$$a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \ldots + a_1 z + a_0 = 0$$

Với các nghiệm z_i thì đa thức có thể viết lại:

$$G(z) = a_n . \prod_{i=0}^{n} (z - z_i)$$

Xét trên mặt phẳng Z, thừa số của đa thức trên là một vectơ có chân là nghiệm z_i và đỉnh nằm trên đường tròn đơn vị:

$$z = e^{jT\omega} = e^{j\Omega} \quad \text{với} \quad -\pi \le \Omega = \omega T \le \pi$$

Như vậy:

$$\underset{-\pi\le\Omega\le\pi}{\Delta \arg} G(z) = \sum_{i=0}^{n} \underset{-\pi\le\Omega\le\pi}{\Delta \arg}(z - z_i)$$

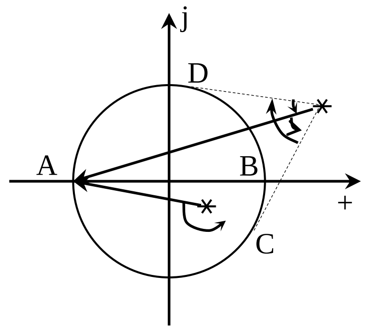
Hình H 6.12 mô tả argument của hai vectơ cho trường hợp z_i nằm trong đường tròn đơn vị và z_j nằm ngoài đường tròn đơn vị.

+ <u>Với z_i:</u>

Khi vectơ (z - z_i) quay từ A đến B $(-\pi \le \Omega \le 0)$ thì được góc π.

Khi vectơ (z - z_i) quay từ B đến A $(0 \le \Omega \le \pi)$ thì được góc π.

Vậy: $\underset{-\pi\le\Omega\le\pi}{\Delta \arg}(z - z_i) = 2\pi$



H 6.12

+ <u>Với z_j:</u>

Khi vectơ (z – z_j) quay từ A đến C thì được góc α_1.

Khi vectơ (z – z_j) quay từ C đến D thì được góc α_2.

Khi vectơ (z – z_j) quay từ D đến A thì được góc α_3.

Vậy: $\underset{-\pi\le\Omega\le\pi}{\Delta \arg}(z - z_j) = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0$

Hệ ổn định thì các nghiệm z_i đều nằm trong đường tròn đơn vị, góc quay của biểu đồ đa thức đặc trưng là:

$$\sum_{i=0}^{n} \underset{-\pi\le\Omega\le\pi}{\arg}(z - z_i) = 2n\pi$$

Do tính đối xứng của nghiệm phức, nên ta chỉ xét trong phạm vi $0 \le \Omega \le \pi$.

$$\sum_{i=0}^{n} \underset{0\le\Omega\le\pi}{\arg}(z - z_i) = n\pi$$

<u>Phát biểu:</u>

Hệ thống điều khiển xung số có phương trình đặc trưng bậc n sẽ ổn định nếu biểu đồ đa thức đặc trưng của nó quay một góc $n\pi$ quanh gốc tọa độ khi Ω thay đổi từ 0 đến π.

Ví dụ: Xét tính ổn định của hệ xung số có phương trình đặc trưng: $a_0 z + a_1 = 0$

6.3.2. Xét tính ổ định của hệ thống kín theo đặc tính tần biên pha (TBP) của hệ hở:

Tương tự như tiêu chuẩn Nyquist cho hệ tuyến tính liên tục, đố với hệ xung số tiêu chuẩn này được phát biểu như sau:

Nếu hệ thống xung số hở ổn định hoặc ở biên giới của ổn định thì hệ thống kín sẽ ổn định nếu đặc tính TBP của hệ thống hở không bao vây điểm (-1,j0).

6.4. Đánh giá chất lượng hệ thống đktđ xung số

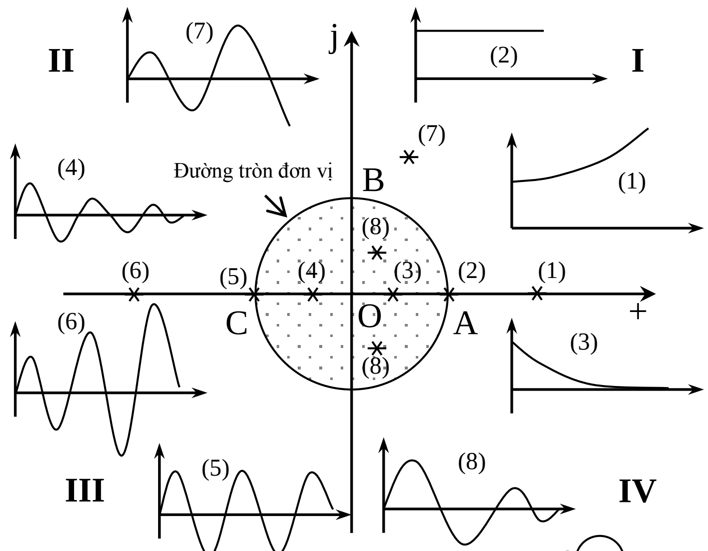
6.4.1. Chất lượng quá độ:

Đánh giá chất lượng quá độ của hệ thống một cách gần đúng bằng cách dựa vào sự phân bố nghiệm của phương trình đặc trưng trên mặt phẳng nghiệm Z.

Phương trình đặc trưng của hệ có l nghiệm phân biệt.

$$y_{qd}(iT) = C_1 z_1^n + C_2 z_2^n + ... + C_l z_l^n = \sum_{j=1}^{l} C_j z_j^n$$

Ảnh hưởng của nghiệm số đến chất lượng của quá trình quá độ thể hiện như hình sau:



H6.13

Một số nhận định:

+ Nếu tất cả nghiệm của phương trình đặc trưng đều nằm trên tia OA thì hệ quá độ không dao động.

+ Nếu có nghiệm nằm ngoài tia OA, nhưng tất cả đều ở góc phần tư thứ I và thứ IV thì hệ có dao động với tần số $0 < \omega < \pi/2$.

+ Nghiệm nằm trên trục OB thì hệ dao động với tần số $\omega = \pi/2$.

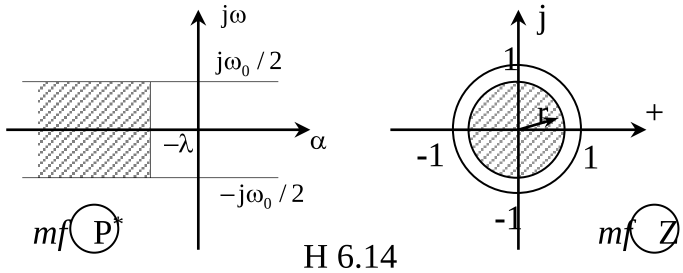
+ Nếu tất cả nghiệm của phương trình đặc trưng đều nằm trên tia OA thì hệ quá độ dao động với tần số $\omega = \pi$.

Để đánh giá chất lượng hệ thống thông qua sự phân bố nghiệm ta sử dụng các chỉ tiêu gián tiếp. Một trong các chỉ tiêu đó là khoảng cách từ đường tròn đơn vị đến nghiệm gần nhất.Chỉ tiêu này chính là độ dự trữ ổn định của hệ thống.

Trên mặt phẳng P*, nếu gọi khoảng cách từ trục ảo đến nghiệm gần nhất là λ, thì nghiệm đó cũng là gần đường tròn đơn vị nhất trong mặt phẳng Z và có dạng

$$z = e^{-\lambda}.e^{j\omega}$$

Trên mặt phẳng P* ta có đường thẳng $p = -\lambda + j\omega$, thì trên mặt phẳng Z ta có đường tròn bán kính $r = e^{-\lambda}$.



H 6.14

Tuy vậy nhưng cũng như hệ thống liên tục ta có thể xác định vùng giới hạn thay đổi của các thông số của hệ thống để sao cho nghiệm số của phương trình đặc trưng phân bố trong vùng mong muốn.

Ví dụ: Xây dựng vùng phân bố a_0, a_2 để hệ thống được mô tả bằng phương trình đặc trưng sau có độ dự trữ λ.

$$a_2 z^2 + a_1 z + a_0 = 0$$

6.4.2. Hệ tối ưu tác động nhanh:

Một trong những điểm khác của hệ xung số tuyến tính so với hệ tuyến tính liên tục là khả năng ổn định vô tận. Đây chính là chỉ tiêu tác động nhanh của hệ thống điều khiển xung số.

Trong mặt phẳng P*, nếu tất các các nghiệm p_j đều lùi xa đến vô tận, thì trong mặt phẳng Z chúng chỉ có nghiệm độc nhất $z_j = 0$. Trong trường hợp này phương trình đặc trưng của hệ thống phải tồn tại điều kiện

$$a_0 = a_1 = ... = a_{n-1} = 0$$

Khi đó phương trình đặc trưng chỉ còn

$$f(z) = A(z) = a_n z^n = 0$$

Hàm truyền của hệ thống có m = n – 1

$$W(z) = \frac{b_{n-1}z^{n-1} + b_{n-2}z^{n-2} + ... + b_1 z + b_0}{a_n z^n}$$

$$W(z) = B_{n-1}z^{-1} + B_{n-2}z^{-2} + ... + B_1 z^{1-n} + B_0 z^{-n}$$

Trong đó $B_j = \dfrac{b_j}{a_0}$

Ở bài trước ta đã biết chuyển đổi Laplace rời rạc của hàm trọng lượng là hàm truyền

$$W^*(p) = D\{w(iT)\} = \sum_{i=0}^{\infty} w(iT).e^{-piT}$$

Viết dưới dạng toán tử z

$$W(z) = \sum_{i=0}^{\infty} w(iT).z^{-i}$$

Từ hai công thức về hàm truyền trên ta rút ra kết luận

$w(0) = 0$; $w(T) = B_0$; $w(2T) = B_1$;... ; $w(nT) = B_{n-1}$

$w(iT) = 0$ khi $i > n$. (6.*)

Mặt khác, khi tín hiệu vào là hàm x(iT) thì đáp ứng là

$$y(iT) = \sum_{j=0}^{i} x(jT).w[(i-j)T]$$

Như vậy quá trình quá độ của hệ kết thúc trong thời gian $t = iT$.

Hàm trọng lượng là đáp ứng đầu ra của hệ ứng với đầu vào là xung lí tưởng. Khi đầu vào là một hàm x(iT) bất kỳ thì đầu ra là y(iT):

$$y(iT) = \sum_{j=0}^{i} x(jT).w[(i-j)T]$$

Đặt $l = i - j$ ta có

$$y(iT) = \sum_{l=i}^{0} x[(i-l)T].w(lT)$$

Đặt $j = l$ và đổi j từ i đến 0 thành từ 0 đến i

$$y(iT) = \sum_{j=0}^{i} x[(i-j)T].w(jT) \qquad (6.**)$$

Rõ ràng theo công thứ (6.**) khi có điều kiện (6.*) thì quá trình quá độ sẽ kết thúc trong khoảng thời gian ngắn $t_{qd} = iT$. Vì vậy hệ là tối ưu tác động nhanh.

Ví dụ: Tín hiệu vào là hàm A.1(t) thì tín hiệu ra là

$y(0) = 0$

$y(T) = A.w(T)$

$y(2T) = A.[w(T) + w(2T)]$

....

$y(nT) = A.[w(T) + w(2T) + ... + w(nT)]$

Khi i > n thì các giá trị sau cũng bằng y(nT). Vậy quá trình quá độ sẽ kết thúc ngay thời điểm nT.

6.5. Bài tập

Khảo sát tính ổn định của các hệ điều khiển xung số được mô tả bởi hàm truyền?

10.1) $W(z) = \dfrac{100(z+1)}{100z^2 + 2z + 0,37}$ 10.2) $W(z) = \dfrac{10(2z+1)}{50z^3 + 25z^2 + 12z + 5}$

10.3) $W(z) = \dfrac{10(2z+1)}{10z^4 + 12z^3 + 20z^2 + 32z + 65}$ 10.4) $W(z) = \dfrac{100(z+1)}{20z^5 + 12z^4 + 8z^3 + 2z + 17}$

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Nuyễn Thương Ngô, Lý thuyết điều khiển tự động (hệ tuyến tính), NXB Khoa hoc – Kỹ thuật, 2000.

[2] Nuyễn Thương Ngô, Lý thuyết điều khiển tự động thông thường và hiện đại (quyển 1: hệ tuyến tính), NXB Khoa hoc – Kỹ thuật, 2005.

[3] Nuyễn Công Ngô, Lý thuyết điều khiển tự động, NXB Khoa hoc – Kỹ thuật, 2006.

[4] Bùi Quốc Khánh, Điều chỉnh tự động truyền động điện, NXB Khoa hoc – Kỹ thuật, 2004.

Phụ lục1: Bảng tra chuyển đổi giữa ảnh Laplace và ảnh *z*

Để đơn giản khi viết, ta thay thế:

$$a = a_1 = e^{-T/T_1} \;;\quad a_2 = e^{-T/T_2} \;;\quad b = T/T_1 \;;\quad c = T_1/(T_1 - T_2) \;;\quad \Omega = \omega T \;;$$

$$a_D = e^{-D\omega_0 T} \;;\quad \Omega_D = \omega_0 T\sqrt{1 - D^2} \quad (D < 1) \;.$$

	f (t) ; t ≥ 0 / F (p)	f_k ; k ≥ 0 / F (z)
1	$1 \qquad (\sigma(t))$	$1 \qquad (1^k)$
	$\frac{1}{p}$	$M_0 = \frac{z}{z-1}$
2	$\frac{t}{T_1}$	$b\,k$
	$\frac{1}{p^2 T_1}$	$M_1 = \frac{bz}{(z-1)^2}$
3	$\left(\frac{t}{T_1}\right)^2$	$b^2 k^2$
	$\frac{2}{p^3 T_1^2}$	$M_2 = \frac{b^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$
4	$\left(\frac{t}{T_1}\right)^n$	$b^n k^n$
	$\frac{n!}{p^{n+1} T_1^n}$	$M_n = \frac{n!}{z-1} \sum_{i=0}^{n-1} M_i \frac{b^{n-i}}{(n-i)!}$
5	$e^{-\frac{t}{T_1}}$	a^k
	$\frac{1}{p + \frac{1}{T_1}}$	$N_0 = \frac{z}{z-a}$
6	$\frac{t}{T_1} e^{-\frac{t}{T_1}}$	$b\,k\,a^k$
	$\frac{1}{T_1} \frac{1}{(p + \frac{1}{T_1})^2}$	$N_1 = \frac{a\,b\,z}{(z-a)^2}$

	$f(t)$; $t \geq 0$	f_k; $k \geq 0$
	$F(p)$	$F(z)$
7	$\left(\frac{t}{T_1}\right)^2 e^{-\frac{t}{T_1}}$	$b^2 k^2 a^k$
	$\frac{2}{T_1^2} \frac{1}{(p+\frac{1}{T_1})^3}$	$N_2 = \frac{a b^2 z(z+a)}{(z-a)^3}$
8	$\left(\frac{t}{T_1}\right)^n e^{-\frac{t}{T_1}}$	$b^n k^n a^k$
	$\frac{n!}{T_1^n} \frac{1}{(p+\frac{1}{T_1})^{n+1}}$	$N_n = \frac{a\,n!}{z-a} \sum_{i=0}^{n-1} N_i \frac{b^{n-i}}{(n-i)!}$
9	$1 - e^{-\frac{t}{T_1}}$	$1 - a^k$
	$\frac{1}{p(1+pT_1)}$	$\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-a}$
10	$1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\left(\frac{t}{T_1}\right)^i}{i!}$	$1 - a^k \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(bk)^i}{i!}$
	$\frac{1}{p(1+pT_1)^n}$	$\frac{z}{z-1} - \sum_{i=0}^{n-1} \frac{N_i}{i!}$
11	$\left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}\right)^n$	$(1-a^k)^n$
	$\frac{1}{p \prod_{i=1}^{n} \left(1 + p\frac{T_1}{i}\right)}$	$\frac{z}{z-1} + \sum_{i=0}^{n} (-1)^n \binom{n}{i} \frac{z}{z-a^i}$
12	$\frac{t}{T_1} - 1 + e^{-\frac{t}{T_1}}$	$bk - 1 + a^k$
	$\frac{1}{p^2 T_1 (1+pT_1)}$	$\frac{bz}{(z-1)^2} - \frac{z}{z-1} + \frac{z}{z-a}$
13	$e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}$; $T_1 \neq T_2$	$a_1^k - a_2^k$
	$\frac{T_1 - T_2}{(1+pT_1)(1+pT_2)}$	$\frac{z}{z-a_1} - \frac{z}{z-a_2}$

	$f(t)$; $t \geq 0$ / $F(p)$	f_k; $k \geq 0$ / $F(z)$
14	$1 - c e^{-\frac{t}{T_1}} + (c-1) e^{-\frac{t}{T_2}}$; $T_1 \neq T_2$	$1 - c a_1^k + (c-1) a_2^k$
	$\frac{1}{p(1+pT_1)(1+pT_2)}$	$\frac{z}{z-1} - \frac{cz}{z-a_1} + \frac{(c-1)z}{z-a_2}$
15	$\sin \omega t$	$\sin k\Omega$
	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$\frac{z \sin\Omega}{z^2 - 2z\cos\Omega + 1}$
16	$\cos \omega t$	$\cos k\Omega$
	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$	$\frac{z^2 - z\cos\Omega}{z^2 - 2z\cos\Omega + 1}$
17	$e^{-\frac{t}{T_1}} \sin(\omega t + \varphi)$	$a^k \sin(k\Omega + \varphi)$
	$\frac{\omega\cos\varphi + (p + \frac{1}{T_1})\sin\varphi}{(p+\frac{1}{T_1})^2 + \omega^2}$	$\frac{z^2 \sin\varphi + z a \sin(\Omega - \varphi)}{z^2 - 2a z \cos\Omega + a^2}$
18	$e^{-\frac{t}{T_1}} \cos(\omega t + \varphi)$	$a^k \cos(k\Omega + \varphi)$
	$\frac{(p+\frac{1}{T_1})\cos\varphi - \omega\sin\varphi}{(p+\frac{1}{T_1})^2 + \omega^2}$	$\frac{z^2 \cos\varphi - za\cos(\Omega - \varphi)}{z^2 - 2az\cos\Omega + a^2}$
19	$e^{-D\omega_o t} \sin(\omega_o t\sqrt{1-D^2})$; $D<1$	$a_D^k \sin k\Omega_D$
	$\omega_o\sqrt{1-D^2}\,\frac{1}{p^2 + 2D\omega_o p + \omega_o^2}$	$\frac{z a_D \sin\Omega_D}{z^2 - 2a_D z\cos\Omega_D + a_D^2}$
20	$e^{-D\omega_o t} \cos(\omega_o t\sqrt{1-D^2})$; $D<1$	$a_D^k \cos k\Omega_D$
	$\frac{p + D\omega_o}{p^2 + 2D\omega_o p + \omega_o^2}$	$\frac{z^2 - z a_D \cos\Omega_D}{z^2 - 2a_D z\cos\Omega_D + a_D^2}$

Phụ lục2: Bảng tra ảnh *z* mở rộng

Để đơn giản khi viết, ta thay thế:

$a = e^{-T/T_1}\ ; \quad \Omega = \omega T$

	$f_{k+\varepsilon}$ $k = 0,1,2,\ldots;\ 0 \le \varepsilon < 1$	$F(z, \varepsilon)$
1	$k + \varepsilon$	$\dfrac{z[\varepsilon z + (1-\varepsilon)]}{(z-1)^2}$
2	$(k+\varepsilon)^2$	$\dfrac{z[\varepsilon^2 z^2 + (1+2\varepsilon-2\varepsilon^2)z + (1-\varepsilon)^2]}{(z-1)^2}$
3	$a^{(k+\varepsilon)}$	$\dfrac{za^{\varepsilon}}{(z-a)}$
4	$(k+\varepsilon)\, a^{(k+\varepsilon)}$	$\dfrac{za^{\varepsilon}[\varepsilon z + (1-\varepsilon)a]}{(z-a)^2}$
5	$(k+\varepsilon)^2\, a^{(k+\varepsilon)}$	$\dfrac{za^{\varepsilon}[\varepsilon^2 z^2 + (1+2\varepsilon-2\varepsilon^2)\varepsilon z + (1-\varepsilon)^2 a^2]}{(z-a)^3}$
6	$\sin(k+\varepsilon)\Omega$	$\dfrac{z[z\sin\varepsilon\Omega + \sin(1-\varepsilon)\Omega]}{z^2 - 2z\cos\Omega + 1}$
7	$\cos(k+\varepsilon)\Omega$	$\dfrac{z[z\cos\varepsilon\Omega - \cos(1-\varepsilon)\Omega]}{z^2 - 2z\cos\Omega + 1}$
8	$a^{(k+\varepsilon)}\sin(k+\varepsilon)\Omega$	$\dfrac{za^{\varepsilon}[z\sin\varepsilon\Omega + a\sin(1-\varepsilon)\Omega]}{z^2 - 2az\cos\Omega + a^2}$
9	$a^{(k+\varepsilon)}\cos(k+\varepsilon)\Omega$	$\dfrac{za^{\varepsilon}[z\cos\varepsilon\Omega - a\cos(1-\varepsilon)\Omega]}{z^2 - 2az\cos\Omega + a^2}$

BÀI TẬP LỚN
MÔN LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

1. Giảng viên giao nhiệm vụ bài tập lớn:

1.1. Giảng viên 1

- Họ và tên: Lê Thái Hiệp
- Chức danh, học hàm, học vị: Giảng viên chính, Tiến sĩ
- Email: thaihiepalpha@gmail.com   Điện thoại liên hệ 0979708259

1.2. Giảng viên 2

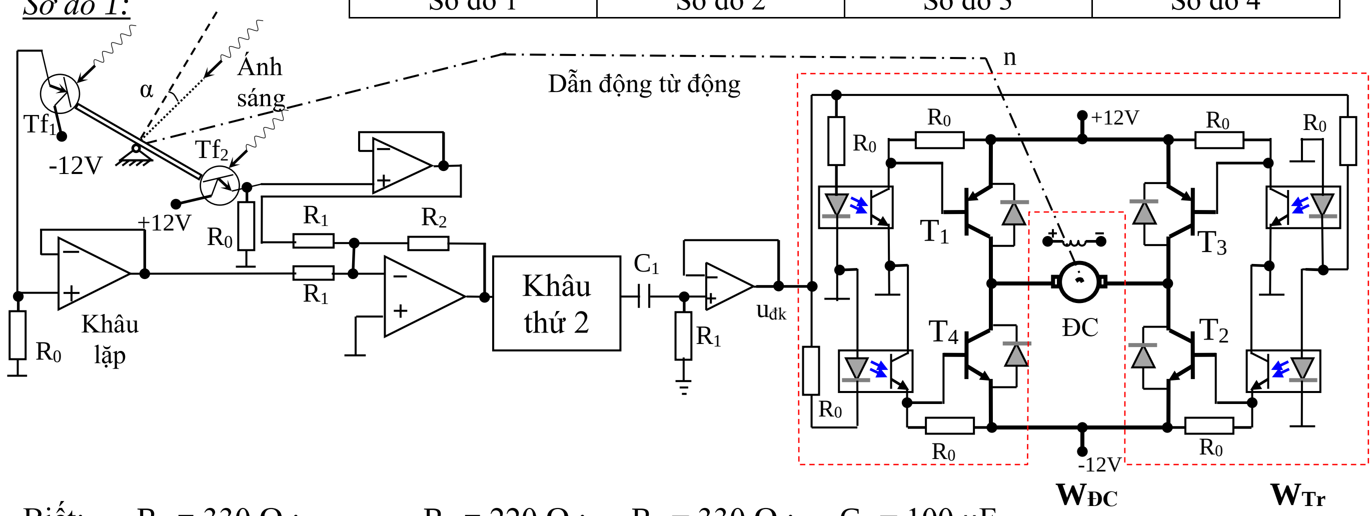
- Họ và tên: Nguyễn Thái Bảo
- Chức danh, học hàm, học vị: Giảng viên chính, Thạc sĩ
- Email: ntbao@ftt.edu.vn   Điện thoại liên hệ: 0983417757

2. Nội dung thực hiện:

<u>Bài 1</u>: *(10 điểm)*   Sinh viên chọn sơ đồ theo bảng này

Mã SV chia 4 **dư 1**	Mã SV chia 4 **dư 2**	Mã SV chia 4 **dư 3**	Mã SV chia 4 **dư 0**
Sơ đồ 1	Sơ đồ 2	Sơ đồ 3	Sơ đồ 4

<u>Sơ đồ 1:</u>

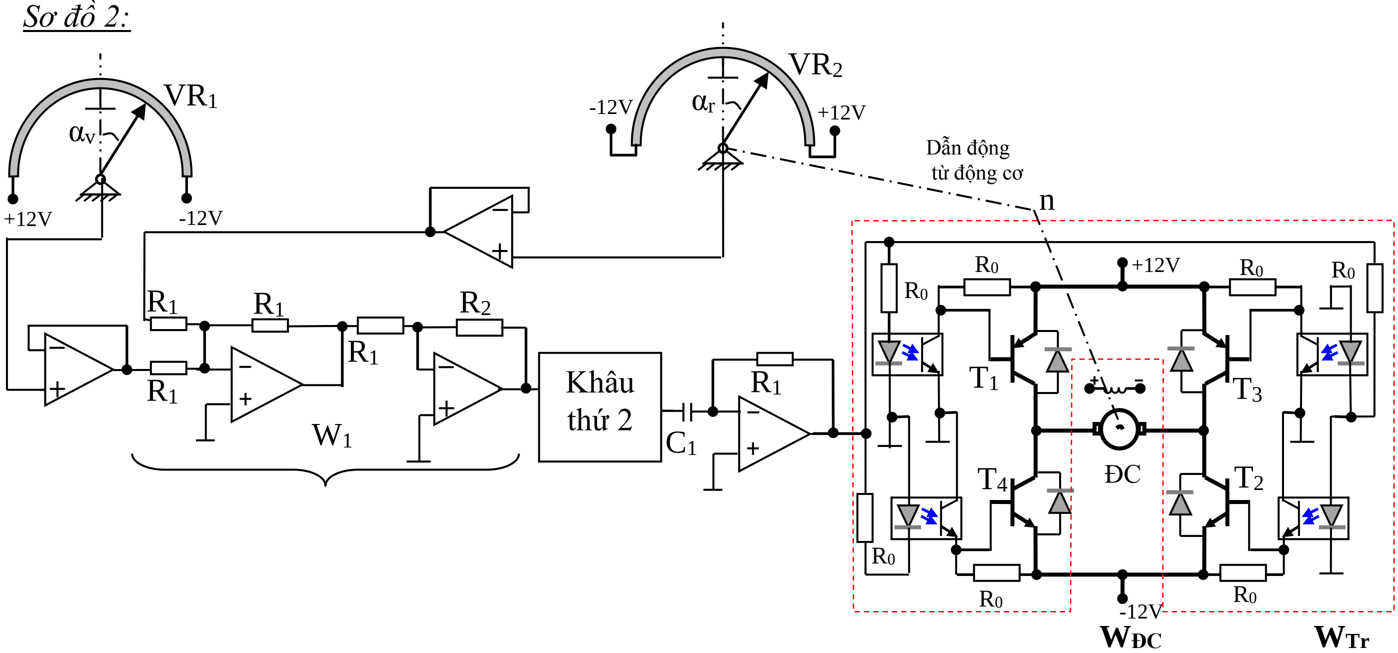


Biết: $R_0 = 330\ \Omega$; $R_1 = 220\ \Omega$; $R_2 = 330\ \Omega$; $C_1 = 100\ \mu F$

Mạch transistor (Tr) xem gần đúng như một khâu quán tính: $k_t = 20$; $T_t = 0{,}001$ s ;

Động cơ ĐC: $k_{dc} = 30$ rad/(s.V); $T_{dt} = 0{,}15$ (s); $T_{dc} = 0{,}35$ (s).

<u>Sơ đồ 2:</u>



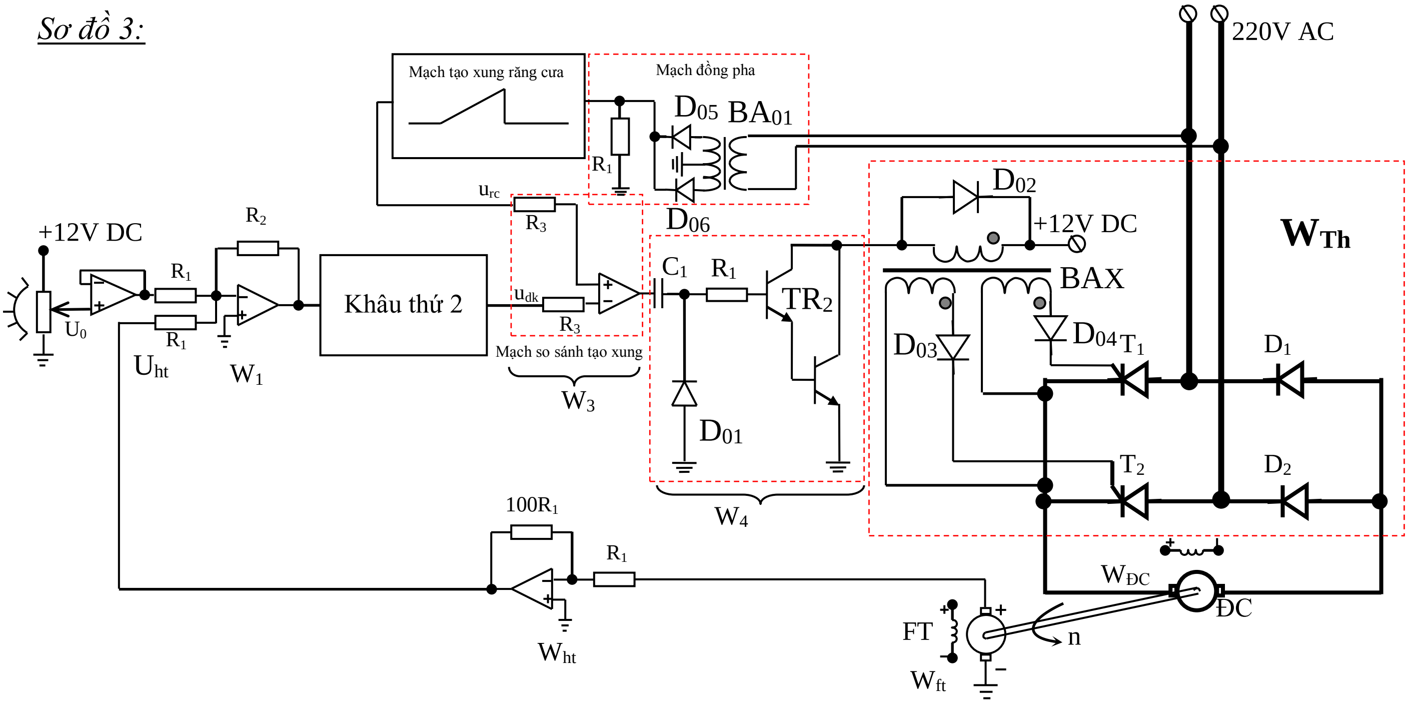
Biết: $R_0 = 330\ \Omega$; $R_1 = 110\ \Omega$; $R_2 = 330\ \Omega$ $C_1 = 220\ \mu F$;

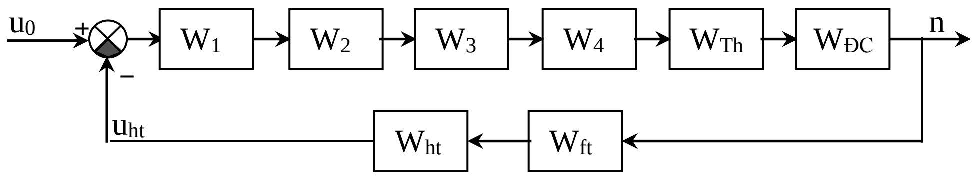
VR_1 và VR_2 là hai biến trở giống nhau với VR_1 làm nhiệm vụ đặt góc quay đầu vào (α_v), VR_2 làm nhiệm vụ đo và phản hồi âm góc quay đầu ra (α_r);

Mạch transistor (Tr) xem gần đúng như một khâu quán tính: $k_t = 20$; $T_t = 0{,}001$ s ;

Động cơ ĐC: $k_{dc} = 20$ rad/(s.V); $T_{dt} = 0{,}1$ s; $T_{dc} = 0{,}35$ s;

<u>Sơ đồ 3:</u>





Thông hệ:

$R_1 = 200\ \Omega$; $R_2 = 510\ \Omega$ $R_3 = 330\ \Omega$ $C_1 = 470\ \mu F$

Xem gần đúng $W_3 = 1$; $W_4 = 1$;

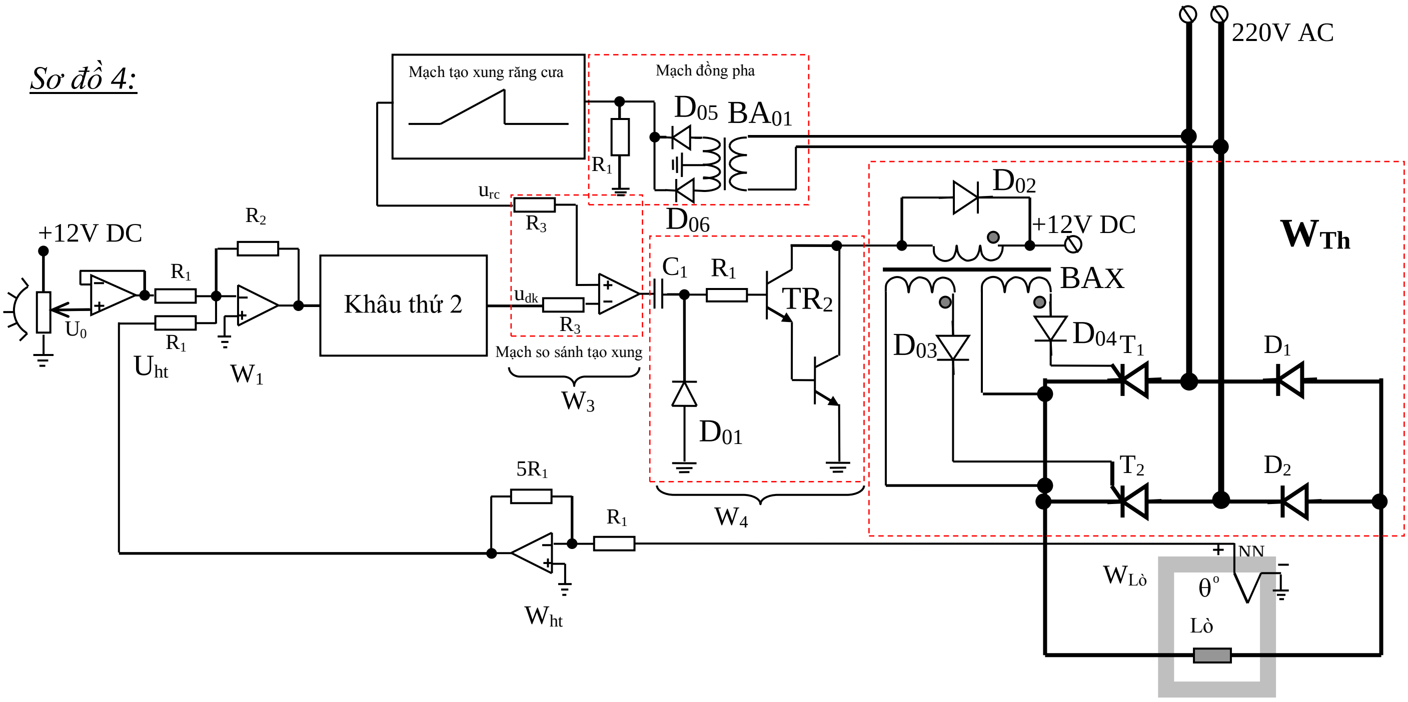
Mạch phát xung sử dụng biến áp xung (BAX) và chỉnh lưu cầu điều khiển không đối xứng (Th) được xem gần đúng như một khâu quán tính: $k_{th} = 220$; $T_{th} = 0{,}005$ s ;

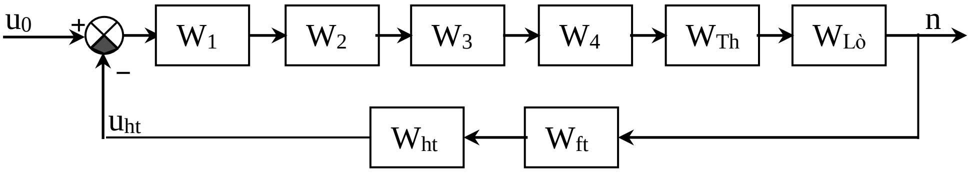
Động cơ ĐC: $k_{dc} = 20$ (vòng/phút/V); $T_{dt} = 0{,}1$ (s); $Td_c = 0{,}4$ (s);

Máy phát tốc FT: $k_{ft} = 0{,}01$ (V/vòng/phút).

Các mạch đồng pha và tạo xung răng cưa với mục đích phát xung điều khiển đồng bộ với dạng sóng điện áp nguồn AC, nhưng không có tác dụng như một vòng phản hồi. Do vậy trong sơ đồ hàm truyền có thể bỏ qua ảnh hưởng của các mạch này.

Sơ đồ 4:





Thông hệ:

$R_1 = 100\ \Omega$; $R_2 = 470\ \Omega$ $R_3 = 330\ \Omega$ $C_1 = 220\ \mu F$

Xem gần đúng $W_3 = 1$; $W_4 = 1$;

Mạch phát xung sử dụng biến áp xung (BAX) và chỉnh lưu cầu điều khiển không đối xứng (Th) được xem gần đúng như một khâu quán tính: $k_{th} = 220$; $T_{th} = 0{,}005$ s ;

Lò đốt bằng điện: $k_{lò} = 1\ ^oC/V$; $T_{lò} = 5$ s ;

Nhiệt ngẫu NN: knn = 0,2 V/^{o}C .

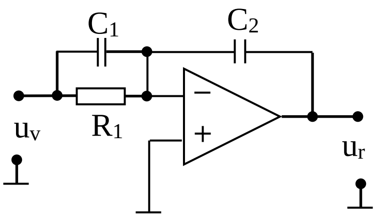
Các mạch đồng pha và tạo xung răng cưa với mục đích phát xung điều khiển đồng bộ với dạng sóng điện áp nguồn AC, nhưng không có tác dụng như một vòng phản hồi. Do vậy trong sơ đồ hàm truyền có thể bỏ qua ảnh hưởng của các mạch này.

Khâu thứ 2:

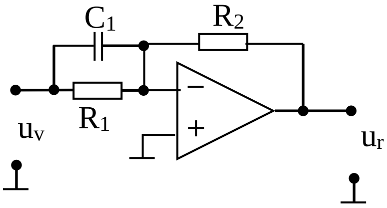
Sinh viên chọn khâu 2 theo bảng này

Mã SV chia 6 **dư 1**	Mã SV chia 6 **dư 2**	Mã SV chia 6 **dư 3**	Mã SV chia 6 **dư 4**	Mã SV chia 6 **dư 5**	Mã SV chia 6 **dư 0**
a	b	c	d	e	f

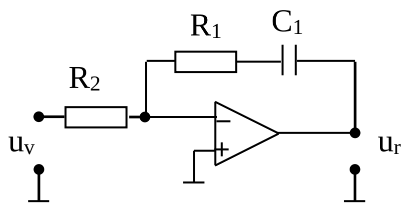
a)



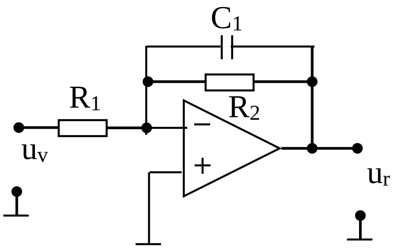
b)



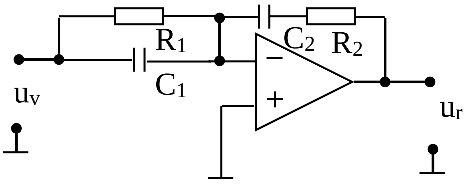
c)



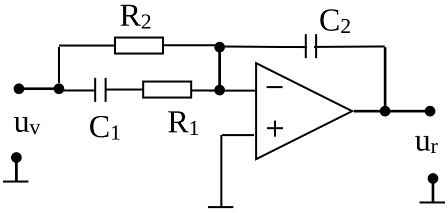
d)



e)



f)



Sinh viên lấy thông số của khâu 2 theo bảng này

Mã SV chia 5 **dư 1**	Mã SV chia 5 **dư 2**	Mã SV chia 5 **dư 3**	Mã SV chia 5 **dư 4**	Mã SV chia 5 **dư 0**
$R_1 = 330\ \Omega$ $R_3 = 470\ \Omega$ $C_1 = 220\ \mu F$ $C_2 = 470\ \mu F$	$R_1 = 220\ \Omega$ $R_3 = 510\ \Omega$ $C_1 = 100\ \mu F$ $C_2 = 330\ \mu F$	$R_1 = 110\ \Omega$ $R_3 = 560\ \Omega$ $C_1 = 330\ \mu F$ $C_2 = 470\ \mu F$	$R_1 = 180\ \Omega$ $R_3 = 680\ \Omega$ $C_1 = 220\ \mu F$ $C_2 = 330\ \mu F$	$R_1 = 240\ \Omega$ $R_3 = 430\ \Omega$ $C_1 = 100\ \mu F$ $C_2 = 220\ \mu F$

Yêu cầu: *(Sinh viên nên sử dụng phần mềm MatLab để làm bài, nếu có thể).*

1) *(2 điểm)* Viết phương trình vi phân mô tả quan hệ vào ra và lập hàm truyền cho khâu thứ 2?

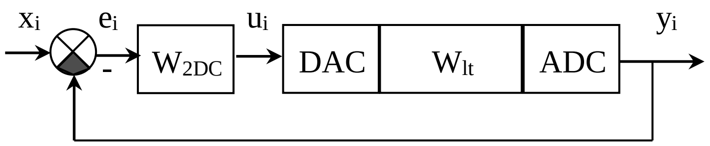
2) *(2 điểm)* Lập sơ đồ hàm truyền và tính hàm truyền của hệ? Chuyển đổi giữa các dạng: hàm truyền – phương trình trạng thái – tọa độ cực (*xem Ghi chú*)?

3) *(2 điểm)* Chọn bộ hiệu chỉnh tốt nhất cho hệ ĐKTĐ để có lượng quá điều chỉnh $\sigma \le 10\%$. Tính t_{qd} ?

4) *(2 điểm)* Vẽ đồ thị Bode cho hệ trước và sau khi hiệu chỉnh? Nêu kết luận về tính ổn định của hệ ứng với trướng và sau hiệu chỉnh căn cứ vào đồ thị Bode?

5) *(2 điểm)* Thay khâu thứ 2 bằng một bộ điều khiển số có hàm truyền $W_{2DC}(z) = \dfrac{10}{z-0,08}$.

Chuyển đổi hàm truyền của các khâu còn lại sang số với thời gian lấy mẫu T = 0,01s. Tính hàm tuyền của hệ $W_k(z)$? Khảo sát tính ổn định của hệ điều khiển?



Ghi chú :

$$\underbrace{W(p)=\frac{b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1}+...+b_1 p+b_0}{a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1}+...+a_1 p + a_0}=\frac{T(p)}{M(p)}}_{\text{Dạng hàm truyền}} = \underbrace{\frac{K.\prod_{j=1}^{m}(p+p_j)}{\prod_{i=1}^{n}(p+p_i)}}_{\text{Dạng tọa độ cực}} = \underbrace{C.(p.I-A)^{-1}.B+D}_{\text{Biểu diễn hàm truyền qua ma trận hệ số của pt trạng thái}}$$

Dạng phương trình trạng thái: $\begin{cases}\dot{X}_i = A.X_i + B.u \\ y = C.X_i + D.u\end{cases}$

Bài 2: *(1 điểm điều kiện)* Mỗi sinh viên tự tổng hợp các kiến thức đã học một cách cô đọng (trong 01 trang giấy A4), nhưng ***tương đối đầy đủ nhất*** về môn học thành sơ đồ tư duy (hoặc dạng tương đương).

Chi chú: Điểm điều kiện là điểm xét để đánh giá kiến thức nền.

Nếu điểm bài 2	*thì điểm bài tập lớn*
Điểm bài 2 ≥ 0,7	*Điểm bài tập lớn = Điểm bài 1 + 0,5*
0,7 > Điểm bài 2 ≥ 0,4	*Điểm bài tập lớn = Điểm bài 1 + 0,0*
0,4 > Điểm bài 2 ≥ 0,3	*Điểm bài tập lớn = Điểm bài 1 - 0,5*
0,3 > Điểm bài 2 ≥ 0,2	*Điểm bài tập lớn = Điểm bài 1 - 1,0*
0,2 > Điểm bài 2 ≥ 0,1	*Điểm bài tập lớn = Điểm bài 1 - 2,0*
0,1 > Điểm bài 2 ≥ 0,0	*Điểm bài tập lớn = Điểm bài 1 - 3,0*

3. Tiến độ làm việc:

- Ngày giao:
- Ngày hoàn thành:

4. Quy cách trình bày:

Toàn bộ nội dung được viết tay rõ ràng không tẩy xóa trên giấy A4, trừ những nội dung làm trên MatLab được in và dán vào vị trí phù hợp.